Matematikrepetition inför Systemteknik

Maria Karlsson

2005

I kursen Systemteknik används en hel del matematik från gymnasiet och kurserna i Analys och Linjär algebra. Från tidigare år vet vi att en del studenter tycker att kursen i systemteknik är svår i början eftersom man inte repeterat denna matematik på ett par år.

Här visar vi exempel på beräkningar du kommer att behöva göra under kursen. Om du är osäker på någonting här bör du repetera; på övningarna förutsätts att alla känner till det här materialet. Fråga gärna din övningsledare om du får problem med någon uppgift, men räkna vid behov dessa uppgifter hemma så att du inte kommer efter i de vanliga övningarna.

Ta med dig detta häfte till övningarna så att din övningsledare kan hänvisa hit om du kör fast på ett rent matematikproblem.

Andragradsekvationer

1. Lös ekvationen $x^2 - x + 4 = 0$

2. Lös ekvationen $3x^2 + 2x + 1 = 0$

Partialbråksuppdelning

3. Partialbråksuppdela

$$f(x) = \frac{1}{(x+1)(x+2)}$$

det vill säga skriv $f(x)$ på formen

$$f(x) = \frac{a}{x+1} + \frac{b}{x+2}$$

där a och b är konstanter.

4. Partialbråksuppdela

$$f(x) = \frac{3x+11}{(x+1)(x-3)(x+2)}$$

5. Partialbråksuppdela

$$f(x) = \frac{2}{x^2+3x+2}$$

Matriser

6 a. Beräkna produkten av matriserna A och B

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

b. Beräkna produkten av matriserna A och B

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 \\ 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 \end{pmatrix}$$

c. Beräkna produkten av matriserna A och B

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ -5 \end{pmatrix}$$

7. Beräkna determinanten till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -2 & 4 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

8. Invertera matrisen A

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$$

9 a. Beräkna egenvärden till matrisen A i uppgift 10.

b. Beräkna egenvärden till matrisen

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 0 \\ 0 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

10a. Följande ekvationssystem är givet

$$\begin{aligned} 5x_1 + 3x_2 &= 7 \\ 2x_1 - x_2 &= 0 \end{aligned}$$

Skriv detta på formen $Ax = B$, där A är en matris, B är en vektor och x har formen

$$x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$$

b. Skriv ekvationssystemet

$$\begin{aligned} x_1 + x_3 &= 0 \\ x_2 - x_3 &= 1 \\ x_1 + x_2 &= 2 \end{aligned}$$

på formen $Ax = B$.

Taylorserieutveckling

11a. Taylorutveckla funktionen $f(x) = x^2$ i punkten $x = 2$ upp till första ordningens termer.

b. Taylorutveckla funktionen $f(x,u) = 5\sqrt{3x} + \sin(u)$ i punkten $x = 3$, $u = \pi$ upp till första ordningens termer.

Komplexa tal

12a. Tag ut realdel $\mathrm{Re}(z)$ och imaginärdel $\mathrm{Im}(z)$ av talet

$$z = -2 + 3i$$

b. Rita in talet $z = 2 + 4i$ i komplexa talplanet.

c. Rita in talet $z = -1 + i$ i komplexa talplanet och markera i figuren absolutbeloppet och argumentet.

d. Beräkna absolutbelopp $|z|$ och argument $\arg(z)$ för talet $z = -1 + i$.

e. Skriv talet $z = -1 + i$ på polär form.

f. Tag ut realdel och imaginärdel av talet $z = 3e^{\pi i}$

13a. Beräkna $|e^{\omega i}|$, där ω är ett reellt tal.

b. Beräkna $\arg(e^{\omega i})$, där ω är ett reellt tal.

c. Beräkna $|-2(-1+2i)(-4-3i)|$

d. Beräkna $\arg(-2(-1+2i)(-4-3i))$

e. Beräkna $|\frac{2e^{-5i}(2-i)^2}{2i+3}|$

f. Beräkna $\arg\left(\frac{2e^{-5i}(2-i)^2}{2i+3}\right)$