

PID-regulatorn

- PID-algoritmen
- Frekvenstolkning
- Praktiska modifieringar
- Inställningsmetoder

Läsanvisning: *Process Control*: 5.1–5.7

“Based on a survey of over eleven thousand controllers in the refining, chemicals and pulp and paper industries, 97% of regulatory controllers utilize PID feedback.”

[L. Desborough and R. Miller, 2002]

”Läroboksformen”:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

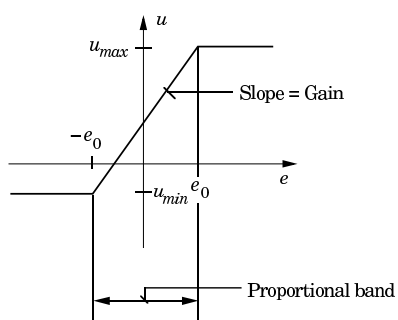
Överföringsfunktion:

$$G_r(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right)$$

P-delen

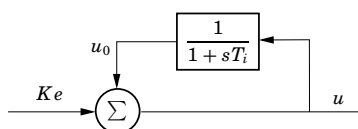
P-regulator:

$$u = K(r - y) + u_0 = Ke + u_0$$



I-delen

Inför automatisk inställning av u_0 (*automatic reset*):

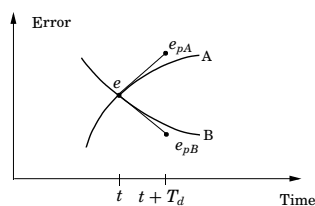


$$U(s) = KE(s) + \frac{1}{1+sT_i} U(s)$$

$$U(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) E(s)$$

D-delen

En P-regulator ger samma styrsignal i fallen A och B nedan:

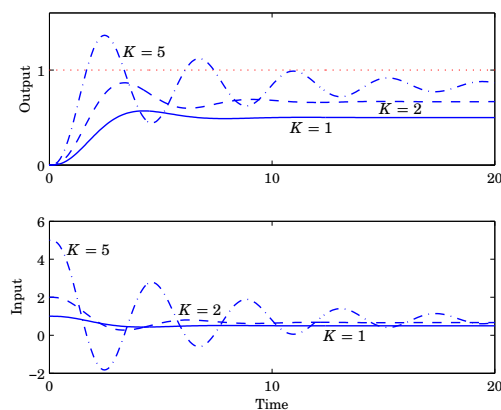
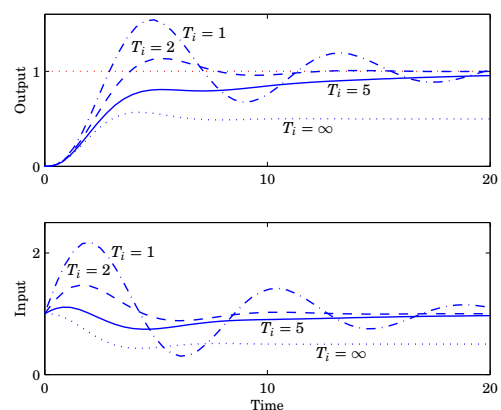
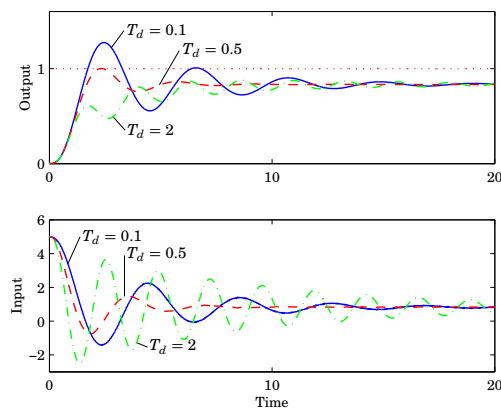


Predikterat fel:

$$e_p(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$$

PD-regulator:

$$u(t) = K \left(e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Exempel: P-reglering av $G_p(s) = (s + 1)^{-3}$ Exempel: PI-reglering av $G_p(s) = (s + 1)^{-3}$ ($K = 1$)Exempel: PD-reglering av $G_p(s) = (s + 1)^{-3}$ ($K = 5$)

Serieformen av PID-regulatorn

PID-regulator på standardform (parallellform):

$$G_r(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right)$$

PID-regulator på serieform (vanlig i industrin):

$$G'_r(s) = K' \frac{(1 + sT'_i)(1 + sT'_d)}{sT'_i}$$

Omvandling serie $\rightarrow$ parallell:

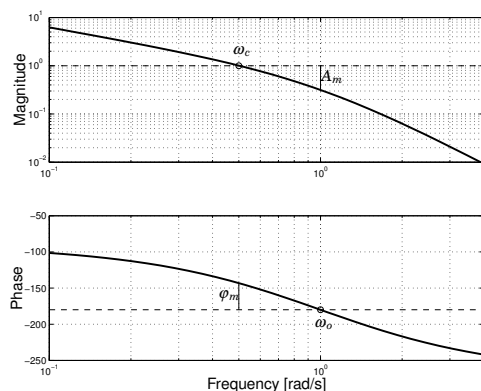
$$K = K' \frac{T'_i + T'_d}{T'_i T'_d}$$

$$T_i = T'_i + T'_d$$

$$T_d = \frac{T'_i T'_d}{T'_i + T'_d}$$

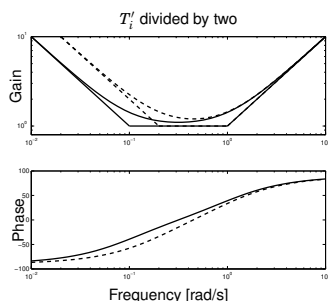
(Motsatta hållet bara möjligt om $T_i \geq 4T_d$ – se boken)

Typiskt Bodediagram för kretsförstärkningen $G_0 = G_p G_r$:



Hur påverkas systemets snabbhet (ω_c) och robusthet (φ_m) om PID-parametrerna ändras?

T'_i halveras:



- ▶ Lågfrekvensförstärkningen ökar – bättre eliminering av stationära fel
- ▶ ω_c ökar något – ökad snabbhet
- ▶ φ_m minskar – minskad robusthet

Praktiska modifieringar av PID-regulatorn

Läroboksformen:

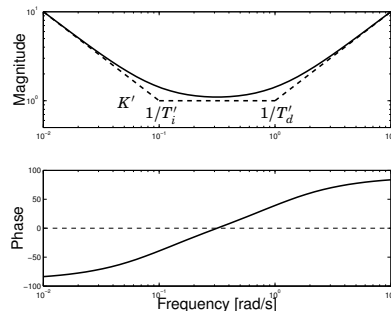
$$e(t) = r(t) - y(t)$$

$$u(t) = \underbrace{K e(t)}_{P(t)} + \underbrace{\frac{K}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{I(t)} + \underbrace{K T_d \frac{de(t)}{dt}}_{D(t)}$$

Modifieringar:

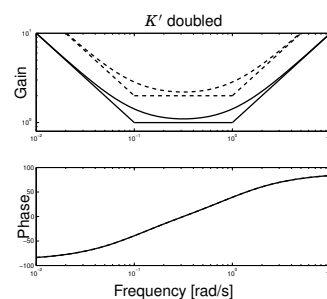
- ▶ I-delen: uppvridningsskydd
- ▶ D-delen: referensviktning och begränsad förstärkning
- ▶ P-delen: referensviktning

Frekvensanalys av PID-regulatorn



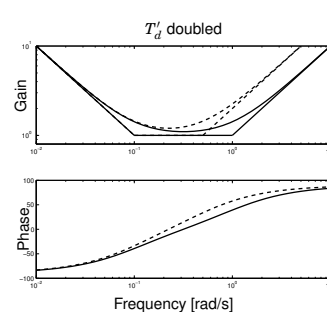
- ▶ P-delen påverkar förstärkningen vid alla frekvenser
- ▶ I-delen ökar förstärkningen och minskar fassen vid låga frekvenser
- ▶ D-delen ökar förstärkningen och ökar fassen vid höga frekvenser

K' dubblas:



- ▶ ω_c ökar – ökad snabbhet
- ▶ φ_m minskar – minskad robusthet

T'_d dubblas:

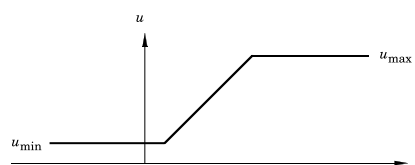


- ▶ Högfrekvensförstärkningen ökar – större känslighet för mätbrus
- ▶ ω_c ökar något – ökad snabbhet
- ▶ φ_m ökar – ökad robusthet (upp till en gräns)

Modifiering av I-delen

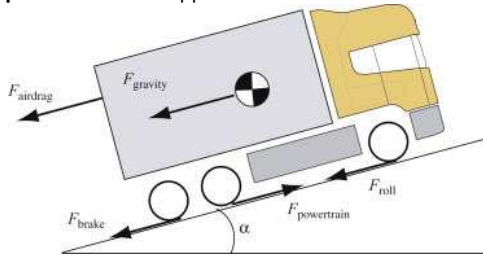
Styrsignalen är i praktiken alltid begränsad ($u_{\min} \leq u \leq u_{\max}$)

- ▶ Låt v vara den signal regulatorn vill ställa ut
- ▶ Låt u vara den signal regulatorn kan ställa ut



Problem med integratoruppvridning (*integrator windup*): I-delen fortsätter att växa fast styrsignalen är mättad

Exempel: Farthållare i uppförsläge:



Modell (kraftbalans):

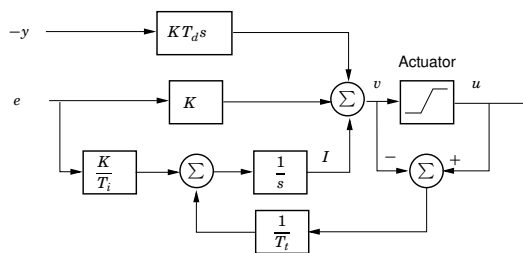
$$[\text{Resultande kraft}] = [\text{Drivande kraft}] - [\text{Bromsande krafter}]$$

$$F_{\text{res}} = F_{\text{powertrain}} - F_{\text{brake}} - F_{\text{roll}} - F_{\text{aerdrag}} - F_{\text{gravity}}$$

$$ma = F_{\text{powertrain}} - 0.015mg - 4.5v^2 - mg \sin \alpha$$

Inför uppvridningsskydd (anti-windup):

$$I(t) = \int_0^t \left(\frac{K}{T_i} e(\tau) + \frac{1}{T_i} (u(\tau) - v(\tau)) \right) d\tau$$



Tumregel för val av konstanten T_i :

- ▶ PI-regulator: $T_i = 0.5T_d$
- ▶ PID-regulator: $T_i = \sqrt{T_d T_n}$

Modifiering av D-delen

- ▶ Referensviktning: derivata endast mätsignalen, ej referensen:

$$D(t) = -KT_d \frac{dy(t)}{dt}$$

- ▶ Begränsa förstärkningen med ett lågpasfilter (extra pol):

$$D(s) = -\frac{sKT_d}{1 + sT_d/N} Y(s)$$

("fuskderivata")

Maximala derivataförstärkningen N väljs typiskt i intervallet 5–20

Modifiering av P-delen

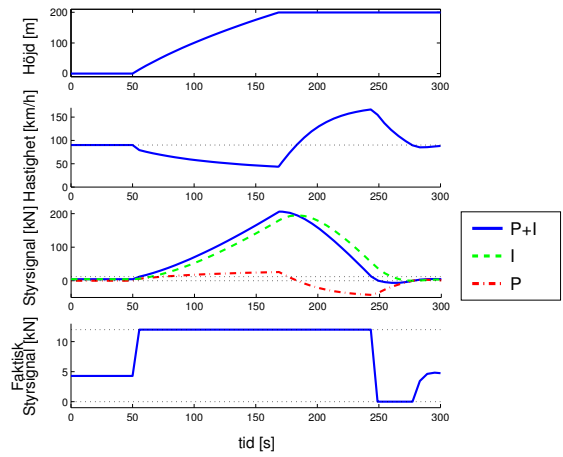
Inför referensviktning β :

$$P(t) = K(\beta r(t) - y(t)), \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

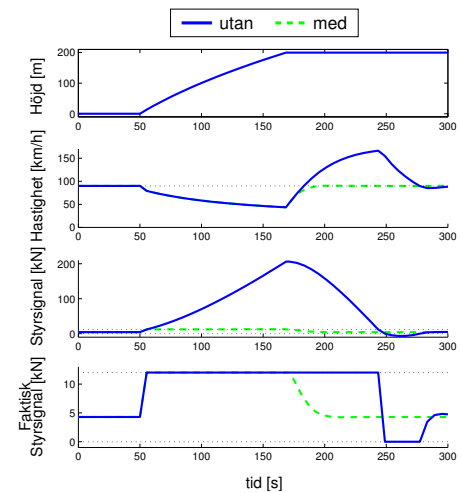
Kan användas för att minska översläng vid referensändringar (placerar ett nollställe hos slutna systemet)

OBS! Fungerar bara om även I-delen är inkopplad

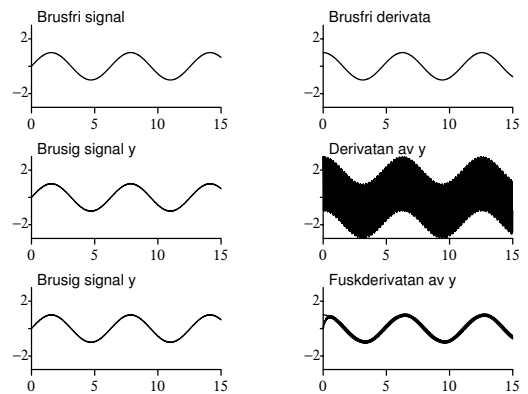
PI-reglering (över hallandsåsen):



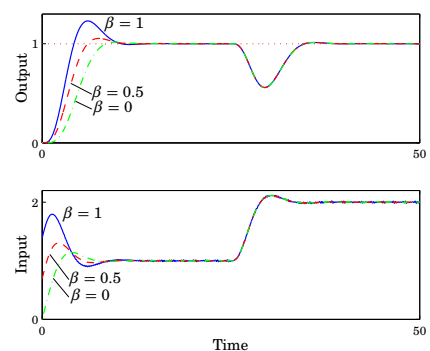
Samma exempel utan och med uppvridningsskydd:

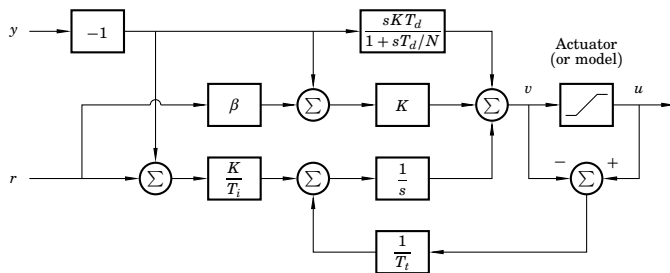


Exempel: $y(t) = \sin t + 0.01 \sin 100t$, $T_d = 1$, $N = 5$



Exempel (referensändring vid $t = 0$, laststörning vid $t = 25$):





- Manuell inställning (lab 1)
- Ziegler-Nichols stegvars-/frekvensmetod (ej så bra)
- Lambda-tuning (miniprojekt)
- Optimeringsbaserade metoder
- Modellbaserad inställning (lab 2)

Modellbaserad inställning (Lab 2)

1. Tag fram processens överföringsfunktion $G_p(s)$
2. Välj regulatortyp $G_r(s)$
3. Beräkna slutna systemets överföringsfunktion:

$$G_{cl}(s) = \frac{G_p(s)G_r(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)}$$

4. Välj regulatorparametrar så att $G_{cl}(s)$ får önskade poler / önskat karakteristiskt polynom (polplacering)