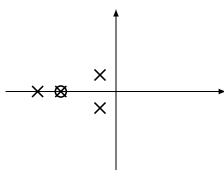


Återkopplade system II

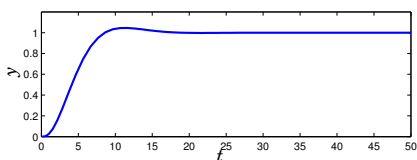
- Linjärisering av statiska olinjäriteter
- Känslighet
- Tillståndsåterkoppling

Läsanvisning: *Process Control*: 5.4–5.6

Singularitetsdiagram för återkopplat system:

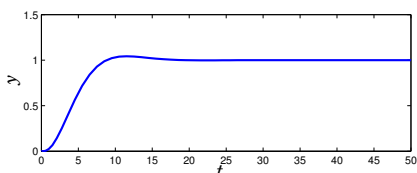


Stegsvar för återkopplat system:

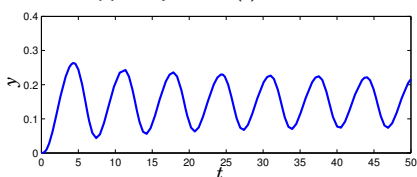


Stegsvar

Stegsvar för återkopplat system $r(t) = 1, t \geq 0$:

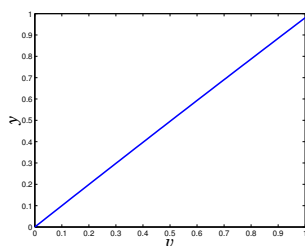


Stegsvar för återkopplat system $r(t) = 0.15, t \geq 0$:



Olinjäritet ger olika stegsvar för olika stora steg!

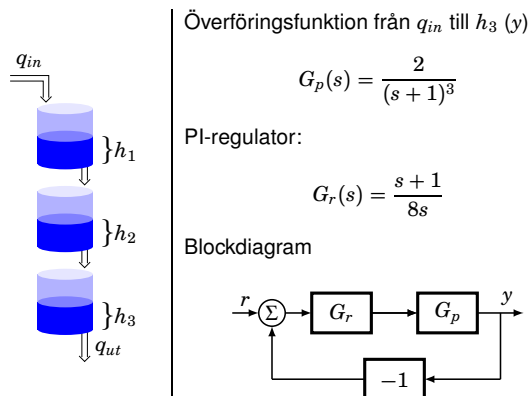
Samband mellan v och y för $K = 50$:



Förstärkning varierar mellan 0.98 och 1. Nära linjärt!

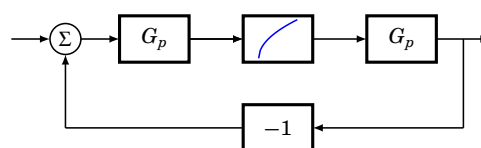
Många andra olinjäriteter kan linjäriseras på samma sätt

Reglering av trippeltank



Antag inflödet bestäms av snabböppnande ventil som beskrivs av statisk olinjäritet $f(u) = \sqrt{u}, 0 \leq u \leq 1$

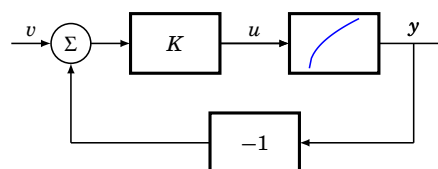
Detta ger blockdiagram



Hur påverkas stegsvaret av olinjäriteten?

Linjärisering av statisk olinjäritet

Inför P-reglering:



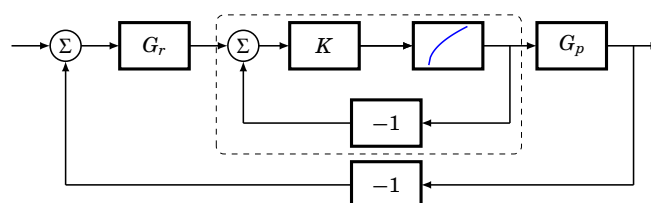
P-regulator: $u = K(v - y) \Rightarrow$

Olinjäritet ges av: $y = f(u) = \sqrt{u} = \sqrt{K(v - y)}$
 $y^2 = K(v - y)$
 $v = y + \frac{y^2}{K}$

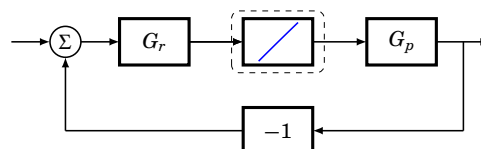
Om K stort får vi $v \approx y$

Trippeltank: kompensering av olinjäritet

Kompensera olinjäritet med återkopplad P-reglering

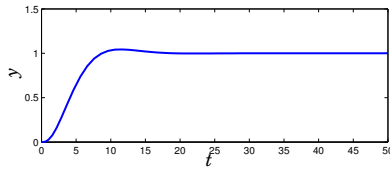


Detta ger:

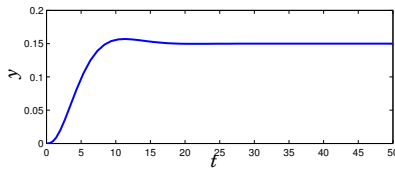


Stegsvar för kompenserat system

Stegsvar för återkopplat system $r(t) = 1, t \geq 0$:



Stegsvar för återkopplat system $r(t) = 0.15, t \geq 0$:



Linjärt beteende: Samma stegsvar för olika stora steg

Frekvenssvar

Återkoppling kan eliminera frekvensvariationer i förstärkning

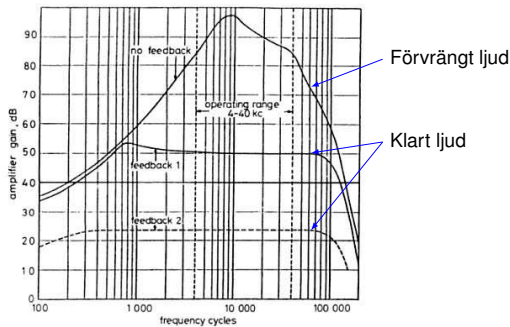


Figure 3.3 Gain frequency characteristics with and without feedback
Reproduced (with partial redrawing) by permission of H.S. Black, from *Bell System Technical Journal*, 1934, 13, p. 12

Process:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx\end{aligned}$$

Öppna systemets karakteristiska polynom: $\det(sI - A)$

Regulator:

$$u = l_r r - l_1 x_1 - l_2 x_2 - \dots - l_n x_n = l_r r - Lx$$

$$L = \begin{pmatrix} l_1 & l_2 & \dots & l_n \end{pmatrix} \quad x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \vdots \\ x_n \end{pmatrix}$$

Parametern l_r väljs så att $y = r$ stationärt, d.v.s. så att slutna systemets statiska förstärkning blir 1.

Slutna systemets statiska förstärkning:

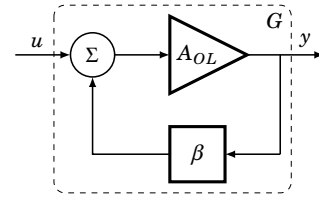
$$\begin{aligned}G_c(0) &= C(-A + BL)^{-1} B l_r = 1 \\ \Rightarrow l_r &= (C(-A + BL)^{-1} B)^{-1}\end{aligned}$$

Återkopplingsförstärkaren

Telefonsamtal över långa avstånd: många förstärkare behövs

Dåtidens förstärkare A_{OL} förvrängde ljud genom att förstärka olika frekvenser olika mycket

Återkopplingsförstärkaren uppfunnen av H. Black 1927



$$\text{Förstärkning från } u \text{ till } y: G = \frac{A_{OL}}{1 + \beta A_{OL}}$$

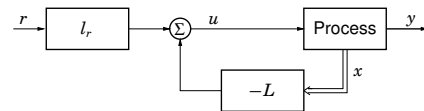
Om $\beta A_{OL} \gg 1$ blir $G \approx 1/\beta$ (litet β ger stor förstärkning)

Tillståndsåterkoppling

Idé: återkoppla från processens samtliga tillståndsvariabler (som antas mätbara)

Bättre prestanda än med PID för högre ordningens processer

Regulatorstruktur:



Slutet system:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= (A - BL)x + B l_r r \\ y &= Cx\end{aligned}$$

Slutna systemets överföringsfunktion:

$$Y(s) = C(sI - A + BL)^{-1} B l_r R(s)$$

Slutna systemets karakteristiska polynom:

$$\det(sI - A + BL)$$

Med hjälp av tillståndsåterkopplingen kan slutna systemets poler placeras godtyckligt

Exempel

Process (trippeltank):

$$G_p(s) = \frac{1}{(1+s)^3}$$

Processen på tillståndsform:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} u \\ y &= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} x\end{aligned}$$

Utforma en tillståndsåterkoppling

$$u = -l_1 x_1 - l_2 x_2 - l_3 x_3 + l_r r = -Lx + l_r r$$

Slutna systemets karakteristiska polynom:

$$\begin{aligned}\det(sI - A + BL) &= \begin{vmatrix} s+1+l_1 & l_2 & l_3 \\ -1 & s+1 & 0 \\ 0 & -1 & s+1 \end{vmatrix} \\ &= (s+1+l_1)(s+1)^2 + l_2(s+1) + l_3 \\ &= s^3 + (3+l_1)s^2 + (3+2l_1+l_2)s + (1+l_1+l_2+l_3)\end{aligned}$$

Antag att vi vill placera polerna i -3 , $-2+i$ och $-2-i \Rightarrow$ önskat karakteristiskt polynom

$$(s+3)(s+2-i)(s+2+i) = s^3 + 7s^2 + 17s + 15$$

Jämför faktiskt och önskat kar. pol:

$$\begin{aligned}3 + l_1 &= 7 \\ 3 + 2l_1 + l_2 &= 17 \\ 1 + l_1 + l_2 + l_3 &= 15\end{aligned}$$

med lösning

$$L = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 4 \end{pmatrix}$$

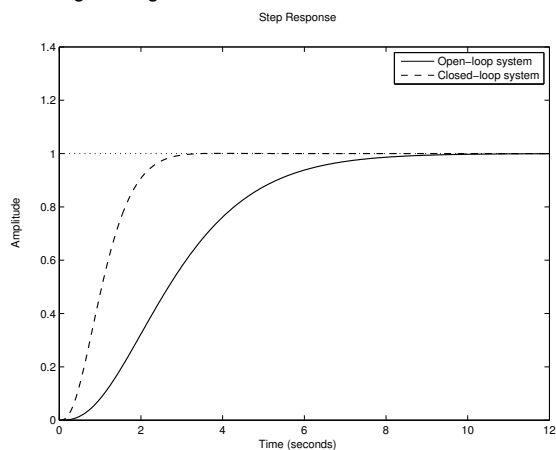
Beräkna till sist l_r :

$$l_r = (C(-A + BL)^{-1}B)^{-1} = 15$$

Regulator:

$$u = -4x_1 - 6x_2 - 4x_3 + 15r$$

Simulering av stegsvar:



Återkopplade system – sammanfattning

Fördelar:

- ▶ Förändrad dynamik (snabbare, mera väldämpat, o.s.v.)
 - ▶ Slutna systemets poler kan bestämmas genom lämpligt val av regulatorparametrarna (s.k. polplacering)
- ▶ Undertryckning av störningar
 - ▶ Stationära fel kan analyseras med slutvärdesteoremet
- ▶ Minskad känslighet mot processvariationer och olinjäriteter

Potentiell nackdel:

- ▶ Kan leda till instabilitet (mer om detta i nästa föreläsning)