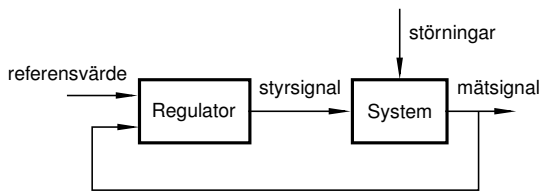


- Återkopplade system I
 - Exempel
 - Blockdiagramräkning
 - Analys av stationära fel

Läsanvisning: *Process Control*: 5.1–5.4

Dagens föreläsning

Idag ska vi prata om reglering av system m.h.a. återkoppling



Vi *designar* regulatoren så att systemet får önskat beteende

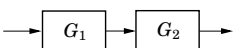
Exempel på återkopplade system

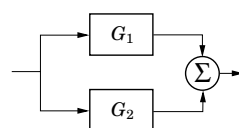
Många exempel på första föreläsningen:

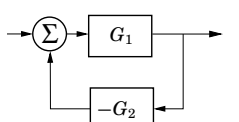
- robotar
- flygplan
- plattrektorreglering
- optimal odling av bakterier
- bilar (farthållare, elektroniska stabilitetssystem, etc)
- quadcopters
- segway
- raket
- kärnkraftverk

Blockdiagramräkning

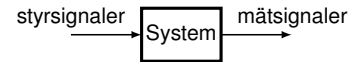
Tre grundläggande kopplingar:

Seriekoppling:  $G(s) = G_1(s)G_2(s)$

Parallellkoppling:  $G(s) = G_1(s) + G_2(s)$

Återkoppling:  $G(s) = \frac{G_1(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)}$

Tidigare föreläsningar



Har lärt oss: Sätta upp matematiska modeller för system m.h.a.

- Kraftbalans
- Effektbalans
- Volymbalans
- ...

Matematiska modellrepresentationer

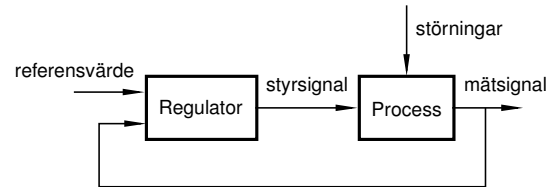
- Tillståndsformen
- Överföringsfunktioner

Linjärisera olinjära modeller

Mål med återkoppling

Regulatoren ska designas så att:

- återkopplade systemet blir stabilt
- mätsignalen följer referensvärdet (servoproblemet)
- störningar undertrycks (regulatorproblemet)
- inga stationära fel uppstår
- robusthet/okänslighet mot modellfel erhålls
- för mycket mätbrus ej återkopplas in i systemet

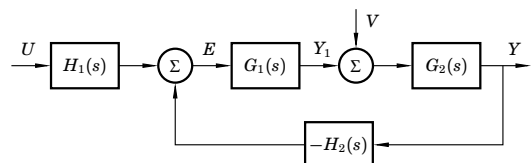


Regulator typer

- on/off
- P
- PI
- PID
- tillståndsåterkoppling
- LQ-reglering
- modell- och optimeringsbaserad reglering/
model predictive control (MPC)

Alla regulator typer har samma återkopplingsstruktur, men olika matematiska formuleringar

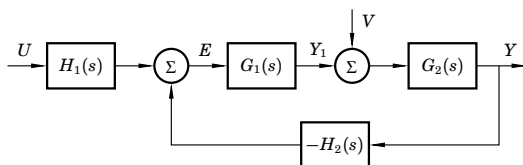
Räkna ut överföringsfunktioner från blockdiagram



Beräkna hur utsignalen (Y) beror på insignalerna (U, V)

- Räkna baklänges från den sökta utsignalen
- Sätt ointressanta insignaler till noll (superpositionsprincipen)
- Inför hjälpvariabler vid inre förgreningar/återkopplingar

Exempel



$$Y = G_2(V + Y_1)$$

$$Y_1 = G_1 E$$

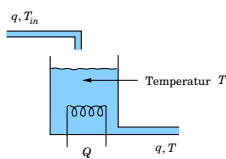
$$E = H_1 U - H_2 Y$$

$$Y = G_2(V + G_1(H_1 U - H_2 Y))$$

Lös ut Y:

$$Y = \frac{G_1 G_2 H_1}{1 + G_1 G_2 H_2} U + \frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H_2} V$$

Temperaturreglering i tank



Energibalans:

$$V \rho C_p \frac{dT(t)}{dt} = q \rho C_p (T_{in}(t) - T(t)) + Q(t)$$

$$\text{Låt } K_1 = \frac{1}{q \rho C_p}, T_1 = \frac{V}{q} \Rightarrow$$

$$T_1 \frac{dT(t)}{dt} + T = K_1 Q(t) + T_{in}(t)$$

Laplace-transformera $\Rightarrow$

$$T(s) = \frac{1}{1 + sT_1} (K_1 Q(s) + T_{in}(s))$$

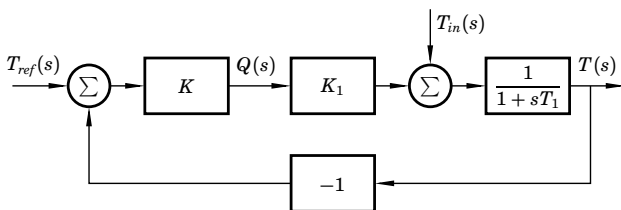
Linjär modell; T , Q , T_{in} betecknar avvikelser från ett jämviktsläge

Mål: Håll $T = T_{ref}$ med hjälp av Q trots variationer i T_{in}

P-reglering

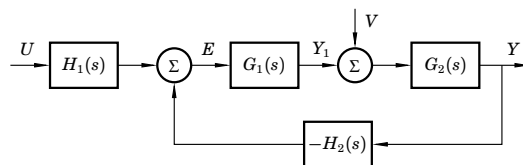
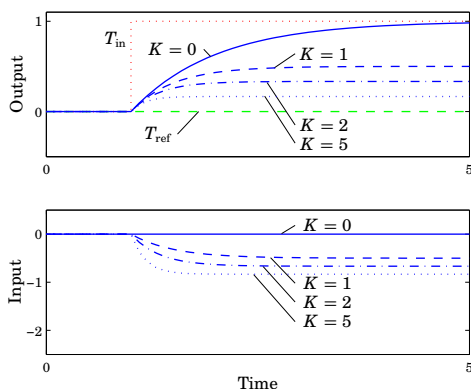
$$Q(t) = K(T_{ref}(t) - T(t)) = K e(t)$$

$$Q(s) = K(T_{ref}(s) - T(s)) = K E(s)$$



Simulering av stegstörning

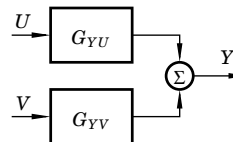
Parametrar: $T_1 = K_1 = 1$:



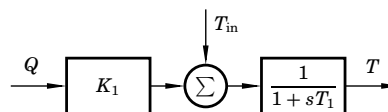
Överföringsfunktion från insignalerna (U , V) till utsignal (Y)

$$Y = \underbrace{\frac{G_1 G_2 H_1}{1 + G_1 G_2 H_2}}_{G_{YU}} U + \underbrace{\frac{G_2}{1 + G_1 G_2 H_2}}_{G_{YV}} V = G_{YU} U + G_{YV} V$$

Annan blockdiagramrepresentation:



Öppet system



Inverkan av stegstörning $T_{in} = 1$ (antag $Q = 0$):

$$T(s) = \frac{1}{1 + sT_1} \cdot \frac{1}{s}$$

$$T(t) = 1 - e^{-t/T_1}$$

Stationärt: $T = 1$

P-reglering

$$T(s) = \frac{1}{1 + sT_1} (K_1 K (T_{ref}(s) - T(s)) + T_{in}(s))$$

$$T(s) = \frac{K_1 K}{1 + sT_1 + K_1 K} T_{ref}(s) + \frac{1}{1 + sT_1 + K_1 K} T_{in}(s)$$

Pol:

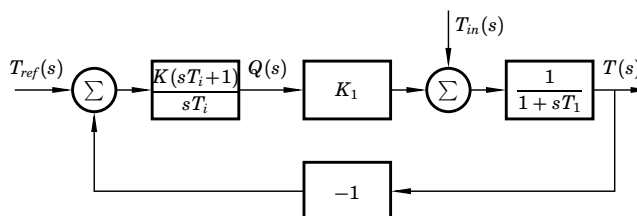
$$s = -\frac{1 + K_1 K}{T_1}$$

$$\text{Stationärt: } T = \frac{K_1 K}{1 + K_1 K} T_{ref} + \frac{1}{1 + K_1 K} T_{in}$$

PI-reglering

$$Q(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

$$Q(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right) E(s)$$



PI-reglering

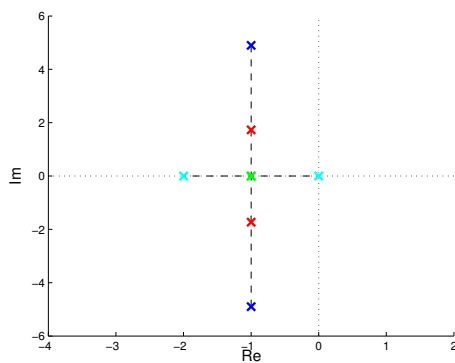
$$T(s) = \frac{1}{1+sT_1} \left(\frac{K_1 K (sT_i + 1)}{sT_i} (T_{ref}(s) - T(s)) + T_{in}(s) \right)$$

$$T(s) = \frac{K_1 K (sT_i + 1)}{s^2 T_1 T_i + s(K_1 K + 1)T_i + K_1 K} T_{ref}(s) + \frac{sT_i}{s^2 T_1 T_i + s(K_1 K + 1)T_i + K_1 K} T_{in}(s)$$

Stationärt: $T = T_{ref}$

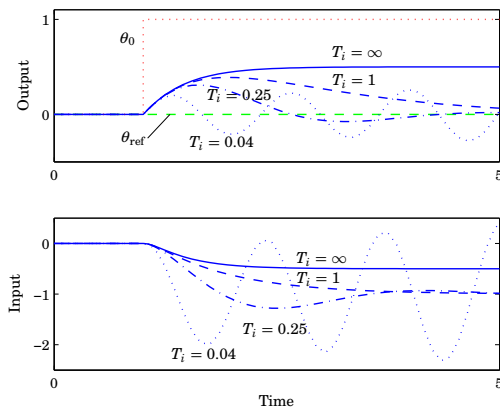
Parametrar: $T_1 = K_1 = K = 1$

Poler för återkopplat system: $\times$: $T_i = 0.04$ $\times$: $T_i = 0.25$
 $\times$: $T_i = 1$ $\times$: $T_i = \infty$



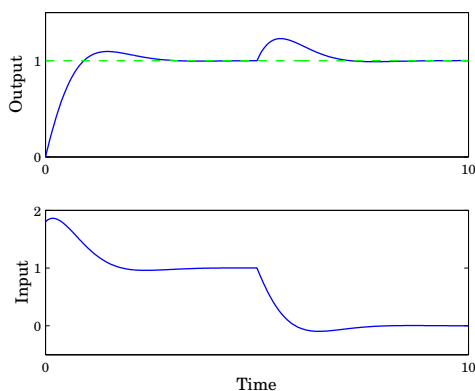
Simulering med omodellerad dynamik

Parametrar: $T_m = 0.1$, $T_1 = K_1 = K = 1$



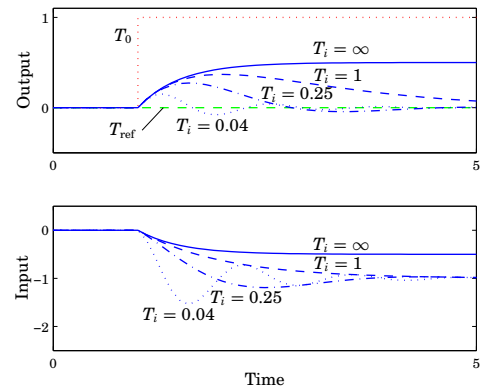
Simulering av referensändring, laststörning

Parametrar: $T = K_1 = 1$, $K = 1.8$, $T_i = 0.45$:



Simulering av stegstörning

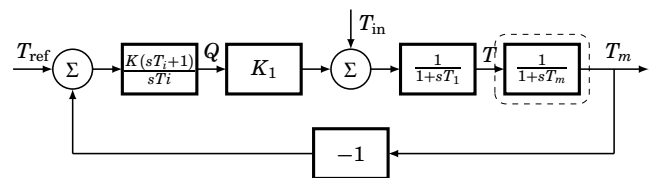
Parametrar: $T_1 = K_1 = K = 1$:



Känslighet mot omodellerad dynamik

Antag mätton med dynamik, $T_m(s) = \frac{1}{1+sT_m} T(s)$

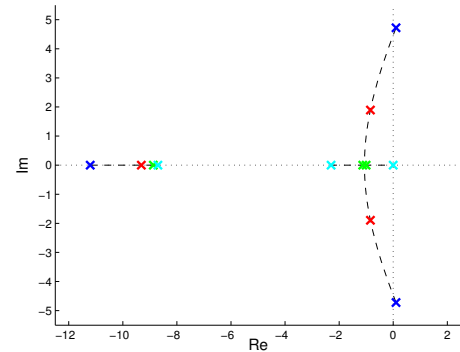
Vi får faktiskt slutet system:



Parametrar: $T_m = 0.1$, $T_1 = K_1 = K = 1$

Poler för återkopplat system med mätdynamik:

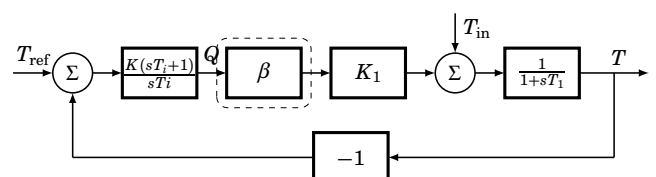
$\times$: $T_i = 0.04$ $\times$: $T_i = 0.25$
 $\times$: $T_i = 1$ $\times$: $T_i = \infty$



Känslighet mot parametervariationer

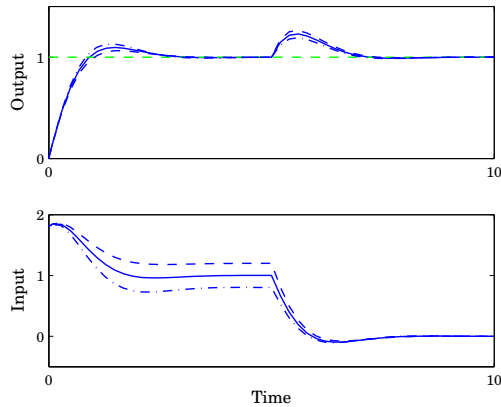
Antag felmodellerad förstärkning för effekten Q

Vi har:



där $\beta = 0.8, 1.2$

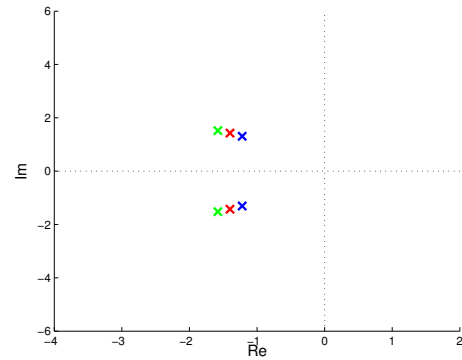
Simulering med fel effektförstärkning, $\pm 20\%$ ändring av Q
 Parametrar: $T = K_1 = 1, K = 1.8, T_i = 0.45$



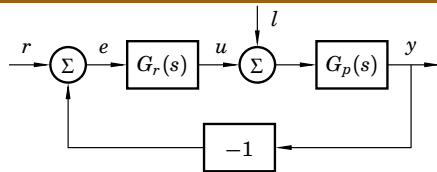
Poler för återkopplat system med fel effektförstärkning $\pm 20\%$:

$\times$: $\beta = 0.8$ $\times$: $\beta = 1$ $\times$: $\beta = 1.2$

Parametrar: $T = K_1 = 1, K = 1.8, T_i = 0.45$



Analys av stationära fel



Vad blir det stationära reglerfelet $e(t)$ efter stegändring i

- ▶ referens (servoproblemet)?
- ▶ last (reglerproblemet)?

Reglerfelet ges av

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_p(s)G_r(s)}R(s) - \frac{G_p(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)}L(s)$$

Det stationära felet kan beräknas med slutvärdesteoremet:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (\text{om gränsvärdet existerar})$$

Stationärt fel – reglerproblemet

Det stationära felet försvinner efter laststegändring om

- ▶ antingen $G_r(s)$ har minst en integrator
- ▶ Det slutna systemet är asymptotiskt stabilt

Anledning:

Vi har regulator med en integrator och system:

$$G_r(s) = \frac{K_1 Q_1(s)}{s P_1(s)}, \quad G_p(s) = \frac{K_2 Q_2(s)}{P_2(s)}$$

med $Q_1(0) = P_1(0) = Q_2(0) = P_2(0) = 1$

Reglerfelet beror på laststörning enligt

$$E(s) = -\frac{G_p(s)}{1 + G_r(s)G_p(s)}L(s) = -\frac{s K_2 P_1(s) Q_2(s)}{s P(s) + K Q(s)}L(s)$$

Laststeg $l(t)$ ger $L(s) = a/s$. Applicera slutvärdesteorem:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} -\frac{s K_2 P_1(s) Q_2(s) a}{s P(s) + K Q(s)} = 0$$

Stationärt fel – servoproblemet

Det stationära felet försvinner efter referensstegändring om

- ▶ antingen $G_r(s)$ eller $G_p(s)$ har minst en integrator
- ▶ Det slutna systemet är asymptotiskt stabilt

Anledning:

Inför kretsöverföringsfunktion med en integrator

$$G_0(s) = G_r(s)G_p(s) = \frac{K(1 + q_1 s + \dots + q_{m-1} s^{m-1})}{s(1 + p_1 s + \dots + p_n s^n)} = \frac{K Q(s)}{s P(s)}$$

Reglerfelet beror på referensen enligt

$$E(s) = \frac{1}{1 + G_0(s)}R(s) = \frac{s P(s)}{s P(s) + K Q(s)}R(s)$$

Referenssteg $r(t)$ ger $R(s) = a/s$. Applicera slutvärdesteorem:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s P(s) a}{s P(s) + K Q(s)} = 0$$