

Systemteknik

Inlämningsuppgift 2

Dynamik för biologisk nedbrytning av avloppsvatten

Bo Bernhardsson

Institutionen för reglerteknik

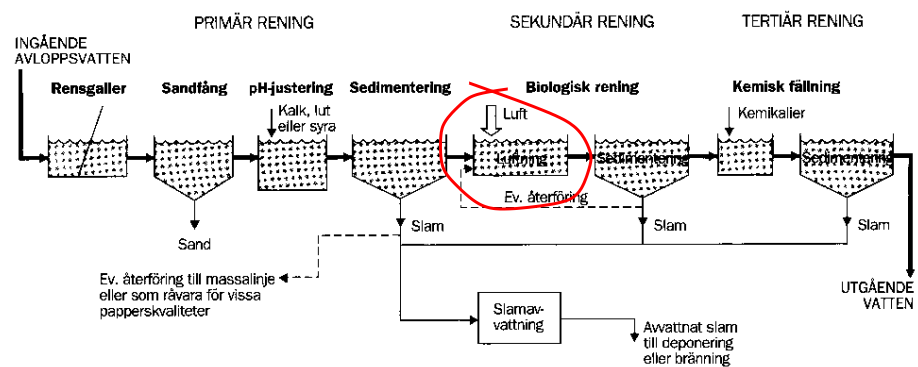
Lunds Tekniska Högskola

April 2001

Senast reviderad: april 2011



Figur 1 Den luftade dammen är den vanligaste biologiska reningemetoden i svensk massaindustri. Bilden föreställer en luftad damm i Korsnäs.



Figur 2 Flödesdiagram över reningsprocessen. Endast några få reningsanläggningar omfattar alla dessa steg. I uppgiften undersöks det inringade delsystemet.

1. Inledning

Syftet med inlämningsuppgiften är att studera dynamiken för biologisk nedbrytning av till exempel processvatten. Vi kommer att ta fram systemets jämviktspunkt samt linjärisera systemet runt denna punkt. Med simuleringar kommer vi att studera noggrannheten i den erhållna linjära approximationen. Slutligen kommer vi att undersöka en PI-regulator som använder variabel flödes hastighet för att försöka hålla konstant kvalitet på utgående vatten.

Uppgiften redovisas i en skriftlig rapport. Instruktioner för rapportskrivning finns på kursens hemsida.

Bakgrund

För att klara uppgiften ska ni förutom begreppen som nämns i inlämningsuppgift 1 även känna till

- linjärisering
- simulering i Simulink

Kursens hemsida innehåller två Simulink-modeller: `damm.mdl` för simulering och `damm_lin.mdl` för linjärisering.

2. Problemformulering¹ och uppgifter

Inom skogsindustrin genereras stora mängder processvatten som innehåller löst organiskt kol. Innan vattnet släpps ut i en recipient är det viktigt att kolmängden reduceras, eftersom kolföroreningar bryts ner heterotroft varvid stora mängder syre konsumeras i recipienten.

Kolhalten uttrycks ofta i BOD, *biochemical oxygen demand*. BOD är en experimentellt uppmätt storhet som anger hur mycket syre som åtgår för nedbrytningen. Om vattnet innehåller 1 g m^{-3} BOD så krävs 1 g löst O_2 för att omvandla kolet i 1 m^3 vatten till CO_2 och vatten. (Ofta anges BOD_7 , den mängd som bryts ner inom 7 dagar.)

Nedbrytningen kan begränsas av tillgången på syre *eller* av tillgången på kol. Vid höga substrathalter kan också mättnad uppträda. För såväl syrgas som BOD visar experiment att nedbrytnings hastigheten kan beskrivas av ett Michaelis–Menten-uttryck för totalhastigheten:

$$r([\text{O}_2], [\text{BOD}]) = \frac{[\text{O}_2] \cdot \alpha}{\beta + [\text{O}_2]} \cdot \frac{[\text{BOD}] \cdot \gamma}{\delta + [\text{BOD}]}$$

där vi i uppgiften antar att

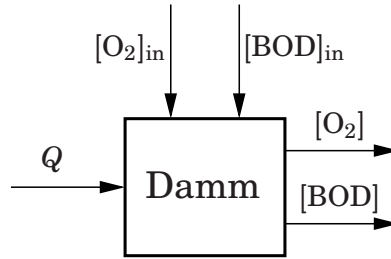
$$\alpha = 2 \text{ (g m}^{-3} \text{ h}^{-1})^{0.5}$$

$$\beta = 2 \text{ g m}^{-3}$$

$$\gamma = 5 \text{ (g m}^{-3} \text{ h}^{-1})^{0.5}$$

$$\delta = 10 \text{ g m}^{-3}$$

¹Delar av problembeskrivningen är hämtad från övning 6.3 i kompendiet Materialbalanser och reaktorberäkningar, av Per Warfvinge.



Figur 3 Blockdiagram för dammen, där flödet Q betraktas som styrsignal och utgående syrehalt $[O_2]$ och kolhalt $[BOD]$ som mätsignaler. Inkommande syrehalten $[O_2]_{in}$ och inkommande kolhalten $[BOD]_{in}$ kan inte påverkas och betraktas därför som störningar till processen.

Syre för nedbrytningen tillförs även från atmosfären genom diffusion. Denna masstransport beskrivs av flöde hastigheten

$$F_{O_2} = kA([O_2]_{sat} - [O_2])$$

I uppgiften studeras dynamiken för biologisk nedbrytning av BOD i en damm med följande nominella parametrar:

| | | |
|--|---------------|----------------------------------|
| Masstransportkoefficient | k | 0.1 m h^{-1} |
| Dammens area | A | 3000 m^2 |
| Dammens volym | V | 1600 m^3 |
| Mättnadskoncentration för O_2 vid $20^\circ C$ | $[O_2]_{sat}$ | 10 g m^{-3} |
| Inkommande O_2 -halt | $[O_2]_{in}$ | 5 g m^{-3} |
| Nominell inkommande BOD-halt | $[BOD]_{in}$ | 50 g m^{-3} |
| Nominellt vattenflöde | Q^0 | $100 \text{ m}^3 \text{ h}^{-1}$ |

Dammen är dimensionerad för att hålla BOD-halten i utflödet under gränsvärdet 20 g m^{-3} .

Vi antar att inkommande och utgående vattenflöde är lika. Dammens volym V kommer alltså att vara konstant. Med beteckningarna $x_1 = [O_2]$ och $x_2 = [BOD]$ så ger en massbalans följande ekvationer, vilka är utgångspunkten för vår analys:

$$\begin{aligned} \frac{dx_1}{dt} &= -r(x_1, x_2) + \frac{Q}{V}([O_2]_{in} - x_1) + \frac{kA}{V}([O_2]_{sat} - x_1) \\ \frac{dx_2}{dt} &= -r(x_1, x_2) + \frac{Q}{V}([BOD]_{in} - x_2) \end{aligned}$$

Vi kommer senare i uppgiften anta att flödet Q kan varieras. Ett blockdiagram över processen visas i figur 3.

Uppgift 1. Undersök med hjälp av en simulering vad syrehalten och kolhalten ställer in sig på under stationär drift, med nominell inkommande BOD-halt och nominellt vattenflöde. (Tips: Avläs de stationära värdena med fyra värdesiffror för att få tillräcklig noggrannhet i kommande uppgifter.) Klarar processen av att hålla BOD-halten under gränsvärdet?

Använd Simulink-modellen `damm.mdl`. □

Uppgift 2. Linjärisera processen kring jämviktstillståndet

$$x^0 = \begin{pmatrix} x_1^0 \\ x_2^0 \end{pmatrix}$$

som ni hittade i uppgift 1. Notera att den stationära insignalen ges av $u^0 = Q^0$. Skriv svaret på formen

$$\begin{aligned} \frac{d\Delta x}{dt} &= A\Delta x + B\Delta u \\ \Delta y &= C\Delta x \end{aligned}$$

Använd kommandot `linmod` och Simulink-modellen `damm_lin.mdl`.

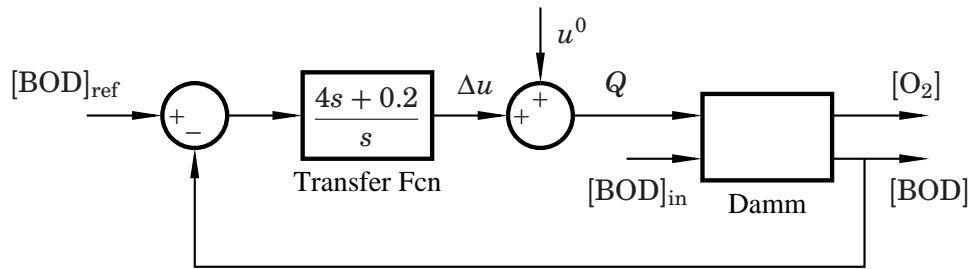
Uppgift 3. Beräkna överföringsfunktionerna från Δu till Δy_1 respektive Δy_2 . Var ligger det linjära systemets poler? Vad motsvarar det för tidskonstanter i timmar?

Uppgift 4. Beräkna det linjära systemets statiska förstärkningar från Δu till Δy_1 resp. Δy_2 . Uppskatta med ledning av dessa hur mycket BOD-halten resp. syrehalten ändras efter lång tid om flödet ökar med $1 \text{ m}^3/\text{h}$. Är processbeteendet rimligt? (Försök göra en fysikalisk tolkning!)

Uppgift 5. Plotta stegsvaret för det olinjära systemet och stegsvaret för det linjära systemet i samma figur. Hur väl stämmer modellerna överens?

- Simulera det olinjära stegsvaret med hjälp av modellen `damm.mdl`. Sätt initialvärdena för $[\text{O}_2]$ och $[\text{BOD}]$ till de värden ni hittade i uppgift 1 (dubbelklicka på Damm-blocket för att ändra på parametrarna). Sätt insignalen till $Q^0 + 1$ för att simulera ett steg i insignalen.
- Simulera det linjära stegsvaret med kommandot `step`. Glöm inte att addera den stationära BOD-halten till utsignalen för att kunna jämföra med det olinjära stegsvaret.

Uppgift 6. Vi ska nu undersöka hur reningsdammen reagerar på en ändring i den inkommande kolhalten. Använd `damm.mdl` och sätt inkommande kolhalt $[\text{BOD}]_{\text{in}} = 55 \text{ g m}^{-3}$. Sätt initialvärdena för $[\text{O}_2]$ och $[\text{BOD}]$ till de värden ni hittade i uppgift 1. Klarar dammen gränsvärdet nu?



Figur 4 Blockdiagram för PI-reglering av kolhalten i dammen.

Uppgift 7. Till sist vill vi reglera den utgående BOD-halten så att den hålls kring referensvärdet även om den ingående BOD-halten varierar. Implementera för detta ändamål en PI-regulator

$$\Delta U = \frac{4s + 0.2}{s} ([\text{BOD}]_{\text{ref}} - [\text{BOD}])$$

i Simulink. Utgå från damm.mdl och utöka modellen enligt blockdiagrammet i figur 4. Använd blocket *Continuous / Transfer Fcn* för regulatorn och blocket *Sources / Constant* för $[\text{BOD}]_{\text{ref}}$, u^0 och $[\text{BOD}]_{\text{in}}$.

Simulera det reglerade systemets beteende med referensvärdet $[\text{BOD}]_{\text{ref}} = 18.5 \text{ g m}^{-3}$ och inkommande kolhalt $[\text{BOD}]_{\text{in}} = 55 \text{ g m}^{-3}$. Sätt initialvärdena för $[\text{O}_2]$ och $[\text{BOD}]$ till de värden ni hittade i uppgift 1.

Fungerar regleringen tillfredsställande? Om inte, justera regulatorparametrarna så att gränsvärdet för $[\text{BOD}]$ inte överskrids.

Plotta BOD-halten, syre-halten och flödet för er slutliga regulatorinställning. Ungefär hur lång tid tar det för BOD-halten att återhämta sig efter störningen? Vad händer med syrehalten i dammen? \square

A. Användbara MATLAB-kommandon

```
figure
plot
hold on
legend
linmod
ss
tf
pole
dcgain
step
```