

Föreläsning 9

PID-regulatorn

- Frekvenstolkning
- Inställningsmetoder
 - Manuell inställning
 - Ziegler–Nichols metoder
 - Modellbaserad inställning
- Praktiska modifieringar
- Standardkretsar

Rekommenderad läsning: *Process Control*: 5.1–5.7

PID-regulatorn

“Based on a survey of over eleven thousand controllers in the refining, chemicals and pulp and paper industries, 97% of regulatory controllers utilize PID feedback.”

[L. Desborough and R. Miller, 2002]

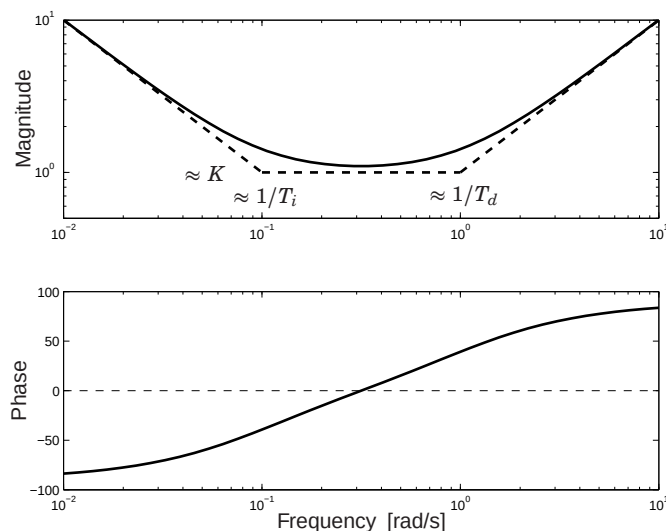
Läroboksformen:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

Överföringsfunktion:

$$G_R(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right) \approx \frac{K(1 + sT_i)(1 + sT_d)}{sT_i}$$

PID-regulatorns Bodediagram



Frekvenstolkning av PID-regulatorn

P-delen:

- Påverkar förstärkningen vid alla frekvenser

I-delen:

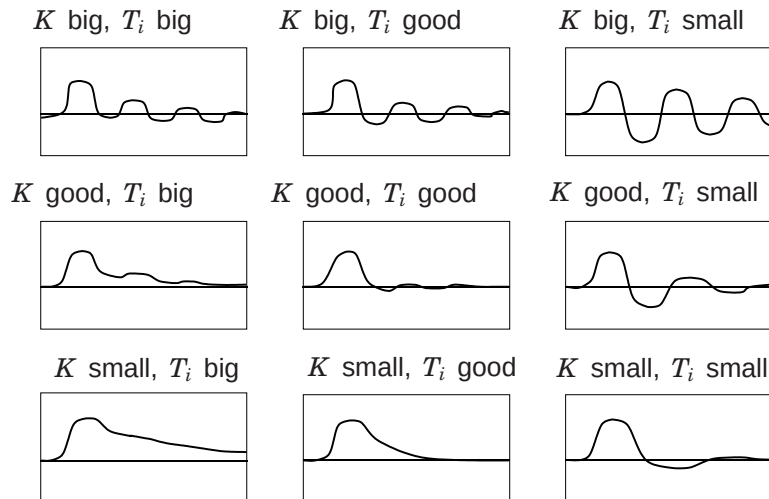
- Ökar förstärkningen vid låga frekvenser
- Elimineras stationära fel men ger sämre stabilitetsmarginaler

D-delen:

- Ökar förstärkningen vid höga frekvenser
- Ger bättre stabilitetsmarginaler (upp till en gräns) men större känslighet för mätbrus

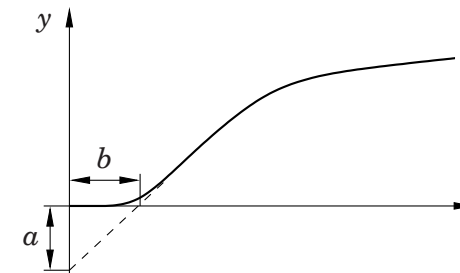
Manuell inställning

Tumregler, inställningsscheman (*tuning charts*). Exempel (PI):



Ziegler–Nichols stegsvarsmetod

Uppmätt stegsvar för processen:



Regulator	K	T_i	T_d
P	$1/a$		
PI	$0.9/a$	$3b$	
PID	$1.2/a$	$2b$	$0.5b$

Ziegler–Nichols frekvensmetod (*ultimate-sensitivity method*)

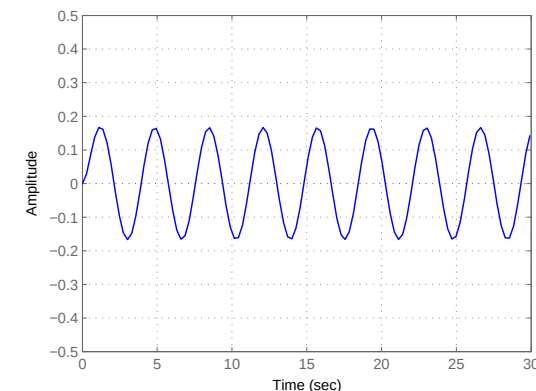
1. Koppla bort integral- och derivatadelen hos PID-regulatorn.
2. Öka K tills systemet självsvänger med konstant amplitud. Detta värde på K betecknas K_0 .
3. Uppmät periodtiden T_0 hos självsvängningen.

Regulator	K	T_i	T_d
P	$0.5K_0$		
PI	$0.45K_0$	$T_0/1.2$	
PID	$0.6K_0$	$T_0/2$	$T_0/8$

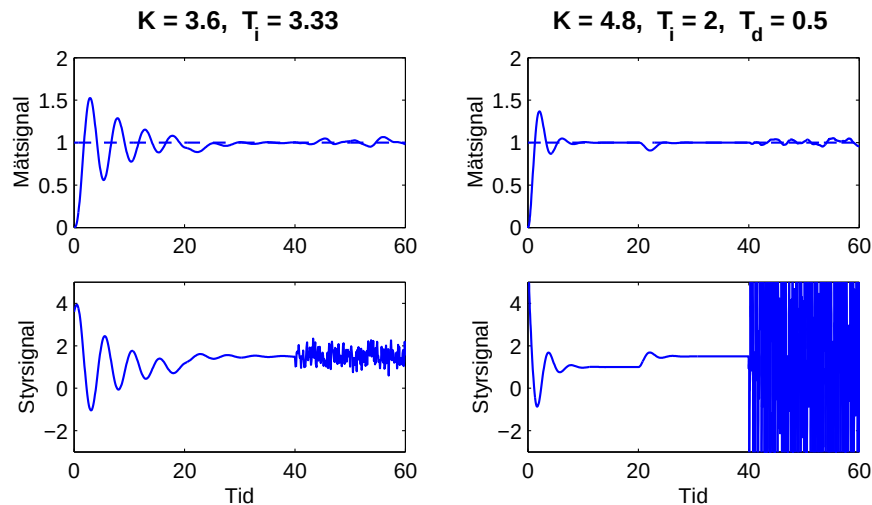
Ziegler–Nichols metoder ger ofta aggressiva inställningar med dålig dämpning

Exempel: Frekvensmetoden på $G_P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$

P-regulator med $K_0 = 8$ ger svängning med perioden $T_0 \approx 4$:



PI- respektive PID-reglering av $G_P(s) = \frac{1}{(s+1)^3}$:



(Börvärdesändring vid $t = 0$, laststörning vid $t = 20$, mätbrus från $t = 40$)

Modellbaserad inställning

1. Tag fram processens överföringsfunktion $G_p(s)$
2. Välj regulatortyp $G_r(s)$
3. Beräkna slutna systemets överföringsfunktion:

$$G_{cl}(s) = \frac{G_p(s)G_r(s)}{1 + G_p(s)G_r(s)}$$

4. Välj regulatorparametrar så att $G_{cl}(s)$ får önskade poler / önskat karakteristiskt polynom (s.k. polplacering)
 - Jämför de karakteristiska polnomen koefficient för koefficient $\Rightarrow$ linjärt ekvationssystem
 - Lös ekvationssystemet

Exempel: PI-reglering av första ordningens process

1. Låt $G_p(s) = \frac{b}{s+a}$
 2. Välj en PI-regulator, $G_r(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} \right)$
 3. Beräkna
- $$G_{cl}(s) = \frac{bKs + \frac{bK}{T_i}}{s^2 + (a + bK)s + \frac{bK}{T_i}}$$
4. Antag önskat karakteristiskt polynom $s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2 \Rightarrow$

$$\begin{aligned} a + bK &= 2\zeta\omega & \Rightarrow & & K &= \frac{2\zeta\omega - a}{b} \\ \frac{bK}{T_i} &= \omega^2 & & & T_i &= \frac{2\zeta}{\omega} - \frac{a}{\omega^2} \end{aligned}$$

Exempel: PID-reglering av andra ordningens process

1. Låt $G_p(s) = \frac{b}{s^2 + a_1s + a_2}$
 2. Välj en PID-regulator, $G_r(s) = K \left(1 + \frac{1}{sT_i} + sT_d \right)$
 3. Beräkna
- $$G_{cl}(s) = \frac{bKT_d s^2 + bKs + \frac{bK}{T_i}}{s^3 + (a_1 + bKT_d)s^2 + (a_2 + bK)s + \frac{bK}{T_i}}$$
4. Antag önskat karakteristiskt polynom $(s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2)(s + \alpha\omega) \Rightarrow$

$$\begin{aligned} a_1 + bKT_d &= (2\zeta + \alpha)\omega & K &= \dots \\ a_2 + bK &= (1 + 2\zeta\alpha)\omega^2 & \Rightarrow & & T_i &= \dots \\ \frac{bK}{T_i} &= \alpha\omega^3 & & & T_d &= \dots \end{aligned}$$

Praktiska modifieringar av PID-regulatorn

Läroboksformen:

$$e(t) = r(t) - y(t)$$
$$u(t) = \underbrace{K e(t)}_{P(t)} + \underbrace{\frac{K}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau}_{I(t)} + \underbrace{K T_d \frac{de(t)}{dt}}_{D(t)}$$

Modifieringar:

- P-delen: börvärdesviktning
- I-delen: uppvridningsskydd
- D-delen: börvärdesviktning och begränsad förstärkning

Modifiering av P-delen

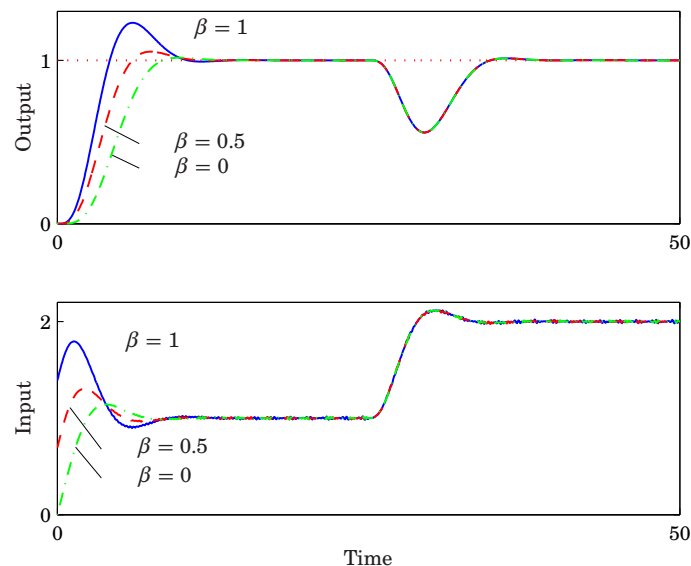
Inför börvärdesviktning β :

$$P(t) = K(\beta r(t) - y(t)), \quad 0 \leq \beta \leq 1$$

Kan användas för att minska överslängen vid börvärdesändringar (placerar ett nollställe hos slutna systemet)

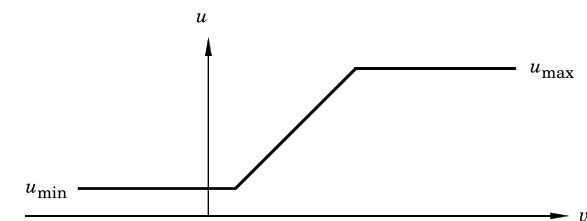
Fungerar bara om även I-delen är inkopplad

Exempel (börvärdesändring vid $t = 0$, laststörning vid $t = 25$):



Modifiering av I-delen

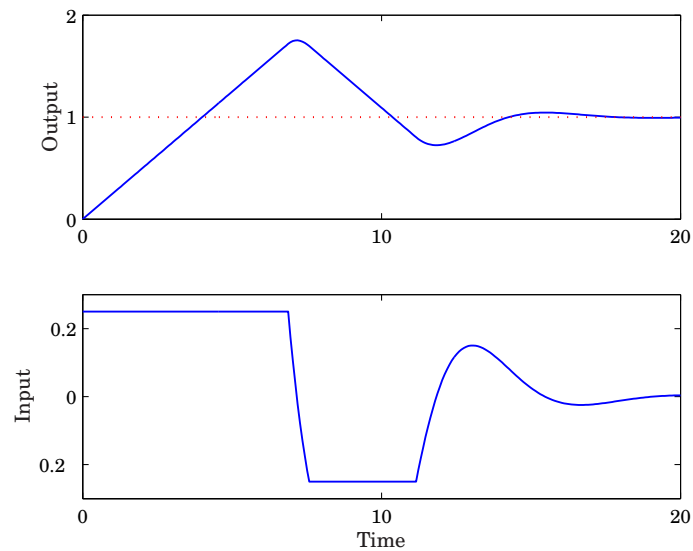
Styrsignalen är i praktiken alltid begränsad:



- v är den signal regulatorn *vill* ställa ut
- u är den signal regulatorn *kan* ställa ut (från mätning på det verkliga ställdonet eller från en modell av ställdonet)

Problemet med integratoruppvridning (*integrator windup*): I-delen fortsätter att växa fast styrsignalen är mättad

Exempel:



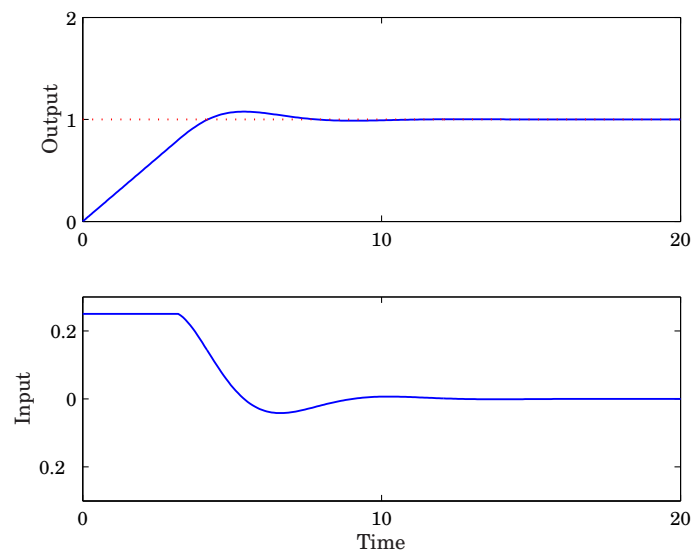
Inför uppvridningsskydd (*anti-windup*):

$$I(t) = \int_0^t \left(\frac{K}{T_i} e(\tau) + \frac{1}{T_t} (u(\tau) - v(\tau)) \right) d\tau$$

Några tumregler för val av konstanten T_t :

- PI-regulator: $T_t = 0.5T_i$
- PID-regulator: $T_t = \sqrt{T_i T_d}$

Samma exempel med uppvridningsskydd:



Modifiering av D-delen

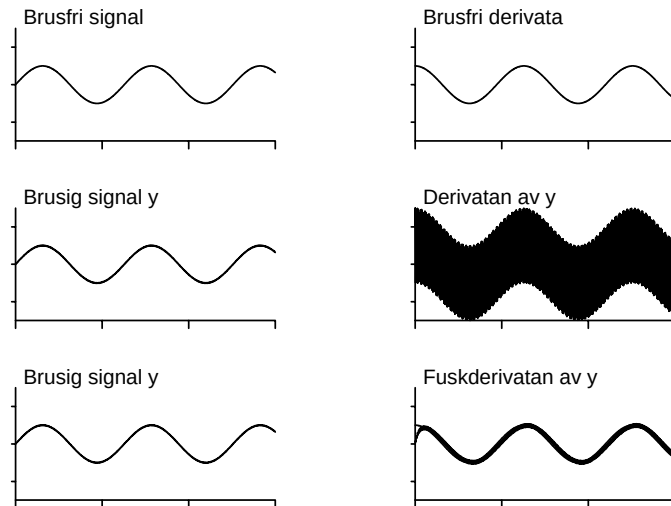
- Börvärdesviktning: derivera endast mätsignalen, ej börvärdet
- Begränsa förstärkningen med ett lågpasfilter (extra pol):

$$D(s) = -\frac{sKT_d}{1 + sT_d/N} Y(s)$$

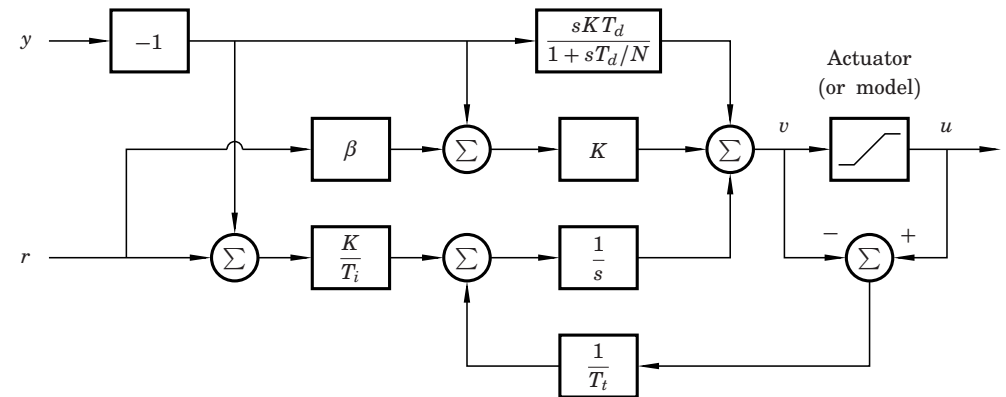
("fuskderivata")

Maximala derivataförstärkningen N väljs typiskt i intervallet 5–20

Exempel: $y(t) = \sin t + 0.01 \sin 100t$, $T_d = 1$, $N = 5$



Sammanfattning av PID-regulatorn med praktiska modifieringar



Standardkretsar i processindustrin

Flödes- och vätsketrycksreglering. Snabba förlopp, mycket mätstörningar. Använd PI-regulator med moderat förstärkning.

Gasttrycksreglering. Använd P-regulator eller PI-regulator med hög förstärkning och lång integraltid.

Nivåreglering. Om ej kritisk (t.ex. bufferttankar), använd P- eller PI-regulator med låg förstärkning och lång integraltid. Om kritisk (t.ex. reaktor eller evaporator), använd PI-regulator med hög förstärkning och kort integraltid.

Temperaturreglning. Långsamma förlopp, lite mätstörningar. Använd PID-regulator.

Koncentrationsreglering. Ofta långsamma förlopp med variabel tidsfördröjning. Använd PID-regulator med moderat förstärkning.

Nästa föreläsning

Regulatorstrukturer

- Framkoppling
- Kaskadreglering
- Mitthållning
- Kvotreglering
- Dödtidskompensering

Rekommenderad läsning: *Process Control*: 6.1–6.6