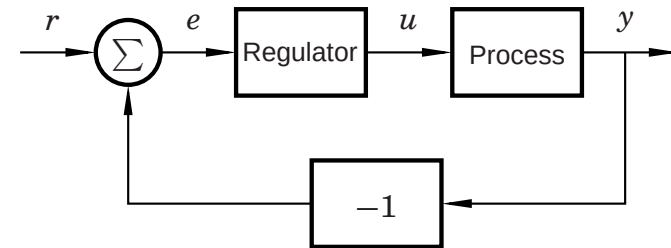


Föreläsning 2

- PID-reglering
- Processmodeller

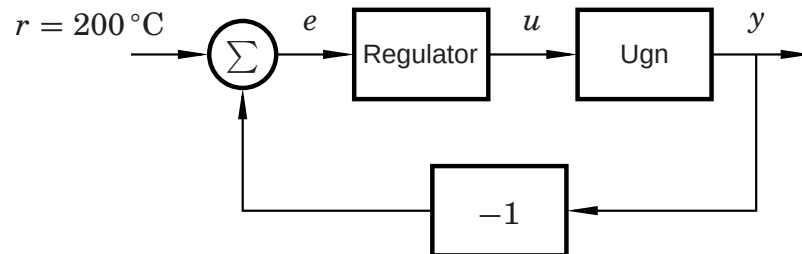
Rekommenderad läsning: *Feedback Systems*: 1.5, *Process Control*: 2.3, 2.4 (översiktligt)

Den enkla standardkretsen



- Negativ återkoppling från mätsignalen
- Regulatorn bestämmer styrsignalen utifrån reglerfelet (*control error*) $e = r - y$

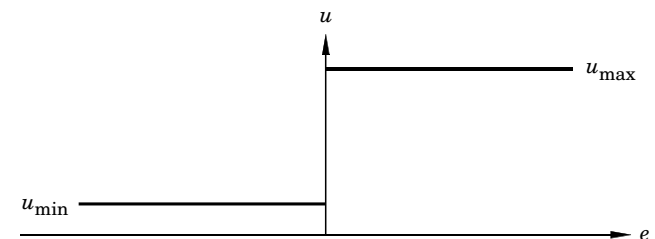
Exempel: ugn



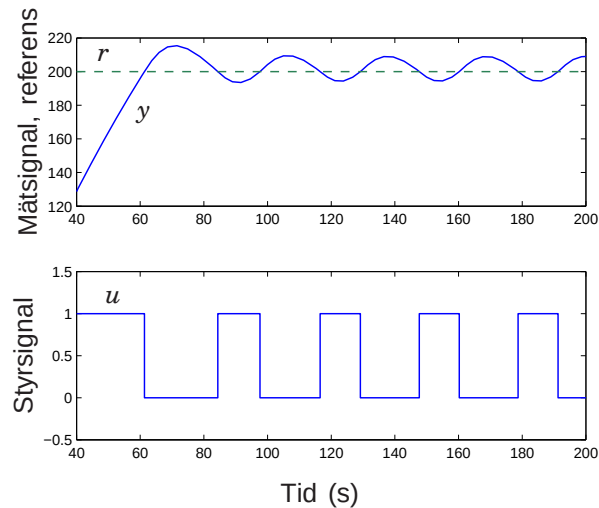
- y = uppmätt temperatur
- r = önskad temperatur
- u = värmeelementets effekt ($0 \leq u \leq 1$)

Av/på-reglering

$$u(t) = \begin{cases} u_{\max}, & e(t) > 0 \\ u_{\min}, & e(t) < 0 \end{cases}$$



Simulering av ugnen med av/på-reglering



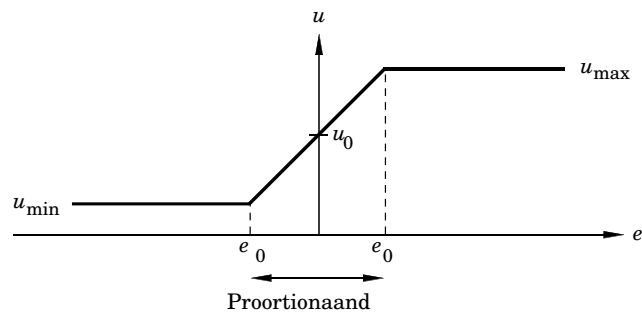
Nackdelar med av/på-reglering

- Svängningar
- Ev. slitage på styrdon
- Fungerar bara för processer med "enkel" dynamik

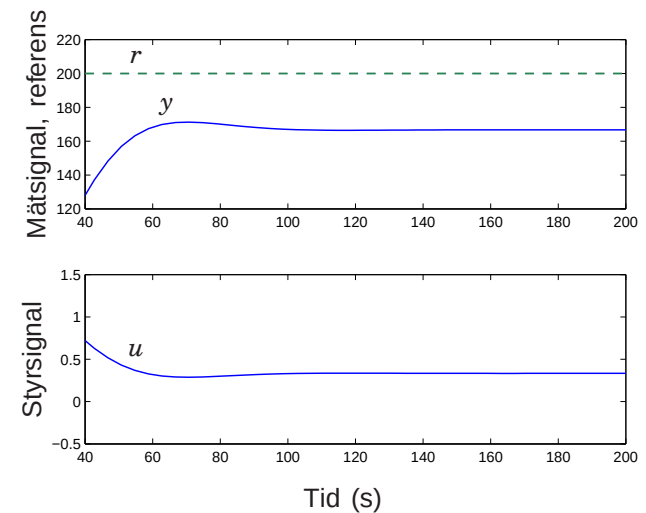
P-reglering

Inför ett proportionalband för små reglerfel:

$$u(t) = \begin{cases} u_{\max}, & e(t) > e_0 \\ u_0 + Ke(t), & -e_0 \leq e(t) \leq e_0 \\ u_{\min}, & e(t) < -e_0 \end{cases}$$



Simulering av ugnen med P-reglering ($u_0 = 0$)



- Stationärt fel (*steady state error*)

Miniproblem

Vilket K -värde användes vid simuleringen på förra bilden?

Stationärt fel vid P-reglering

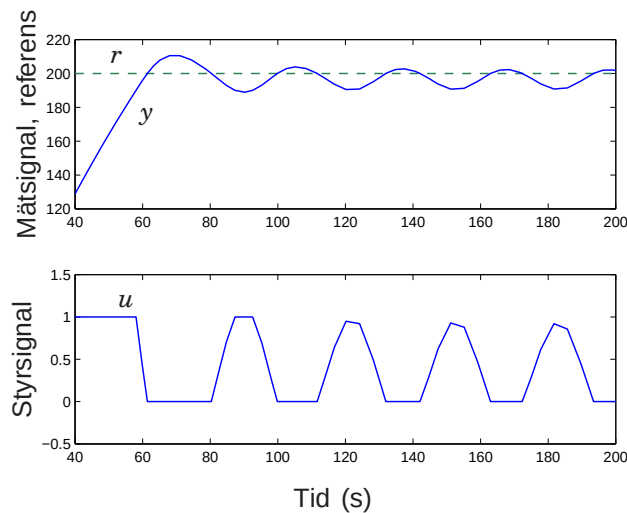
Antag att P-regulatorn jobbar i proportionalbandet ($-e_0 < e < e_0$). Då

$$e = \frac{u - u_0}{K}$$

Två sätt att eliminera det stationära felet:

- Låt $K \rightarrow \infty$
- Ställ in u_0 så att $e = 0$ i jämvikt

Simulering av P-reglering med ökat K



- Snabbare reglering, men mer svängningar

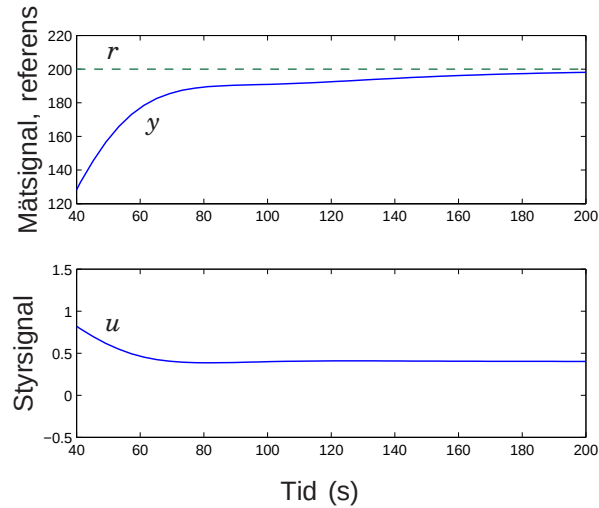
PI-reglering

Ersätt den konstanta termen u_0 med en integraldel:

$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau \right)$$

T_i = integraltid

Simulering av ugnen med PI-reglering



- Reglerfelet går mot noll

Det stationära felet blir noll med PI-reglering

Motsägelsebevis:

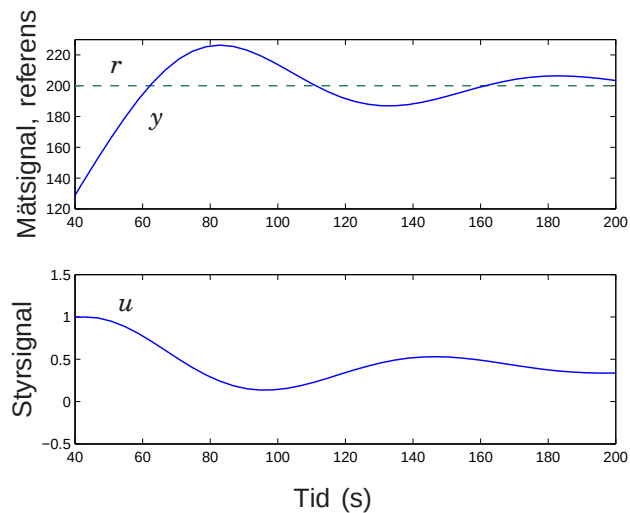
Antag att det uppstår ett stationärt fel som INTE är noll, d.v.s.
 $e \neq 0$

$\Rightarrow$ Styrsignalen växer med hastigheten $\frac{Ke}{T_i}$

$\Rightarrow$ Måtsignalen kommer att ändras

$\Rightarrow$ Felet är inte stationärt

Simulering av ugnen med minskat T_i

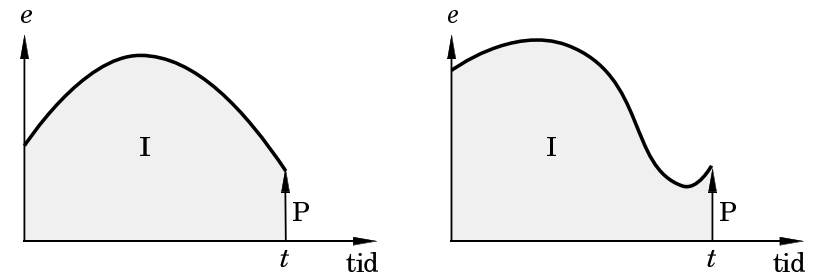


- Snabbare reglering, men mer svängningar

Prediktion

En PI-regulator innehåller ingen prediktion av framtida fel

Samma styrsignal fås i bägge dessa fall:



PID-reglering

Svängningar kan ibland dämpas genom att införa en derivatadel:

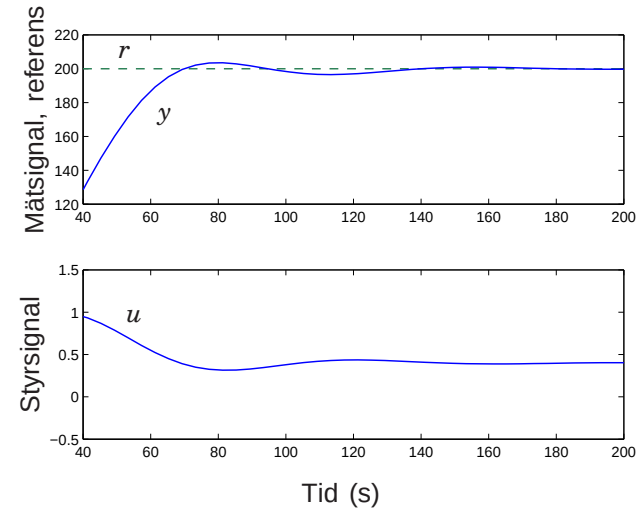
$$u(t) = K \left(e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(\tau) d\tau + T_d \frac{de(t)}{dt} \right)$$

T_d = derivatetid

Derivatadelen försöker uppskatta vad felet är om T_d sekunder:

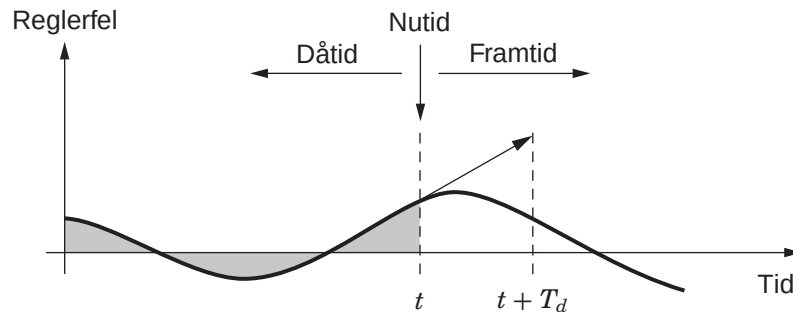
$$e(t + T_d) \approx e(t) + T_d \frac{de(t)}{dt}$$

Simulering av ugnen med PID-reglering



- Snabbt och väldämpat svar, inget stationärt fel

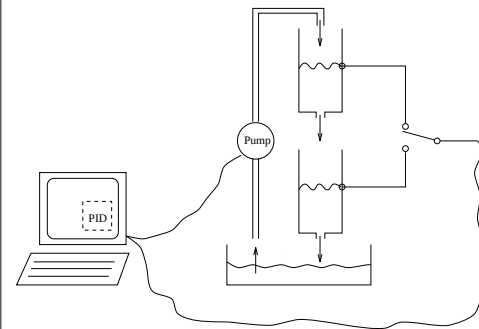
Sammanfattning av PID



Mera om PID-regulatorn på föreläsning 9

Laboration 1

Reglering av vattennivån i övre eller undre tanken



- Pröva öppen och sluten styrning
- Pröva manuell och automatisk reglering
- Empirisk inställning av P-, PI- och PID-regulatorer för övre och undre tanken
- Automatinställning (demo)

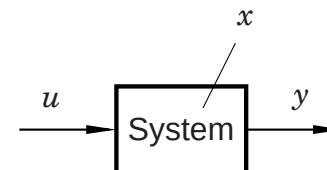
Processmodeller

I den här kursen kommer vi att huvudsakligen att jobba med processer som beskrivs av

tidskontinuerliga,
linjära,
tidsinvarianta,
dynamiska

system

Statiska kontra dynamiska system



Statiskt system:

$$y(t) = f(u(t))$$

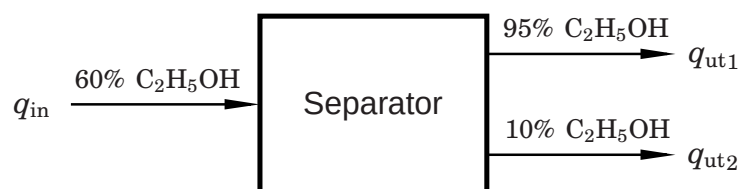
(Utsignalen just nu beror bara på insignalen just nu)

Dynamiskt system:

$$y(t) = f(u_{[0,t]}, x(0))$$

(Utsignalen beror på alla gamla insignaler och på systemets initialtillstånd)

Exempel på statiskt system



$$q_{ut1}(t) = 0.6q_{in}(t)$$

$$q_{ut2}(t) = 0.4q_{in}(t)$$

Modellering av dynamiska system

Dynamiken i våra system beskrivs typiskt med en eller flera differentialekvationer. Två olika metoder för modellering:

- Använd fysikens lagar (balansekvationer) för att ställa upp den matematiska modellen
- Utför experiment på systemet och analysera in- och ut-data
 - Föreläsning i Systemidentifiering (FRT041)

I praktiken används ofta en kombination av de båda metoderna

Flödesbalanser

T.ex.

- volymflöde [m³/s]

$$\left[\begin{array}{c} \text{Ändring av} \\ \text{upplagrad volym} \\ \text{per tidsenhet} \end{array} \right] = [Inflöde] - [Utflöde]$$

- materialflöde [mol/s]

$$\left[\begin{array}{c} \text{Ändring av antalet} \\ \text{upplagrade partiklar} \\ \text{per tidsenhet} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Inflöde av} \\ \text{partiklar} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Utflöde av} \\ \text{partiklar} \end{array} \right]$$

- energiflöde [W]

$$\left[\begin{array}{c} \text{Ändring av} \\ \text{upplagrad energi} \\ \text{per tidsenhet} \end{array} \right] = [Effekt\ in] - [Effekt\ ut]$$

- strömflöde [A]

$$\left[\begin{array}{c} \text{Summa ström in} \\ \text{till knutpunkt} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Summa ström ut} \\ \text{från knutpunkt} \end{array} \right]$$

För kemiska reaktioner brukar man skriva materialbalansen för varje komponent som

$$[Inflöde] + [Produktion] = [Utflöde] + [Ackumulering]$$

Intensitetsbalanser

T.ex.

- kraftbalans [N]

$$\left[\begin{array}{c} \text{Ändring av} \\ \text{rörelsemängd} \\ \text{per tidsenhet} \end{array} \right] = \left[\begin{array}{c} \text{Drivande} \\ \text{krafter} \end{array} \right] - \left[\begin{array}{c} \text{Bromsande} \\ \text{krafter} \end{array} \right]$$

- spänningsbalans [V]

$$[Summa\ spänning\ runt\ en\ krets] = 0$$

Konstitutiva relationer

T.ex.

- Ideala gaslagen

$$p = \frac{nR}{V}\theta$$

- Torricellis lag

$$v = \sqrt{2gh}$$

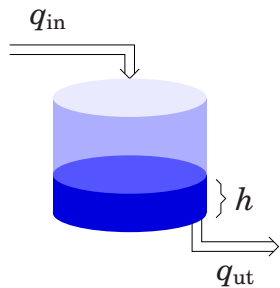
- Energi i uppvärmd vätska

$$W = c\rho V\theta$$

- Ohms lag

$$u = Ri$$

Exempel: höjddynamik i tank med fritt utflöde



- Tankens tvärsnittsarea = A
- Utloppshålets area = a

Volymbalans:

$$A \frac{dh}{dt} = q_{in} - q_{ut}$$

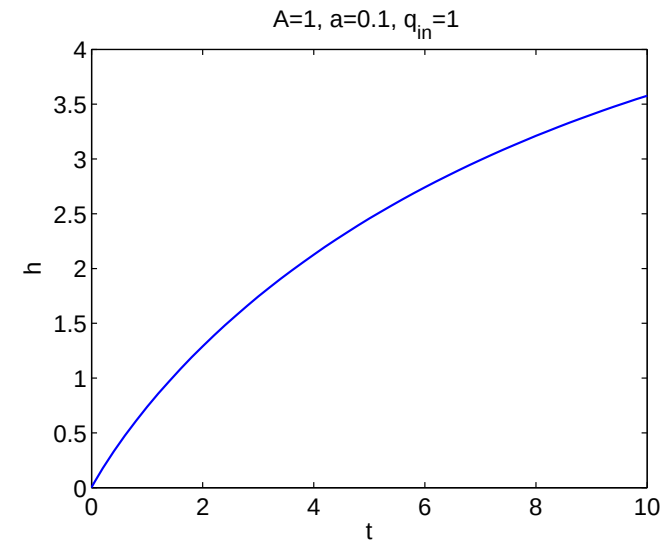
Utflöde:

$$q_{ut} = av = a\sqrt{2gh}$$

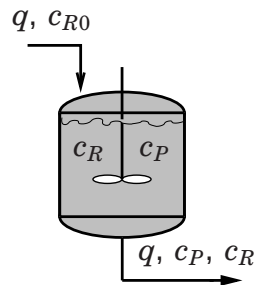
Slutlig modell:

$$\frac{dh}{dt} = -\frac{a}{A}\sqrt{2gh} + \frac{1}{A}q_{in}$$

Simulering av tanken



Exempel: koncentrationsdynamik i tankreaktor



- Volym V , flöde q
- Första ordningens reaktion $R \rightarrow P$
- Reaktionshastighet $r_R = -r_P = -k_1 c_R$

Materialbalans:

$$\text{In} + \text{Prod} = \text{Ut} + \text{Ack}$$

$$qc_{R0} + Vr_R = qc_R + V \frac{dc_R}{dt}$$

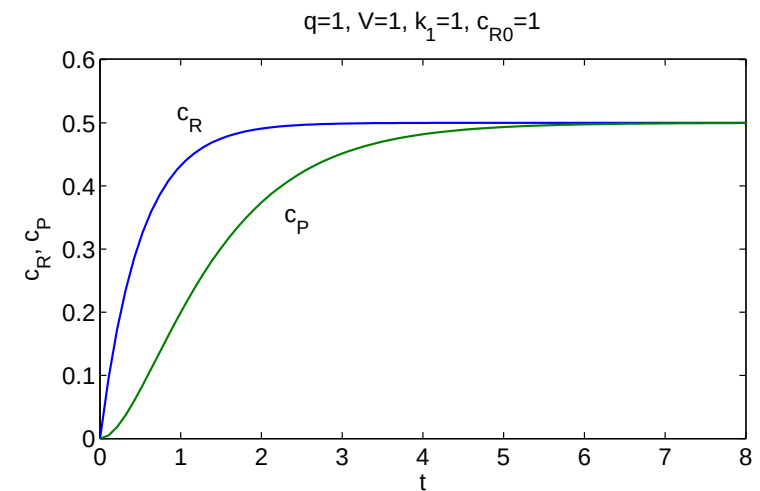
$$Vr_P = qc_P + V \frac{dc_P}{dt}$$

Slutlig modell:

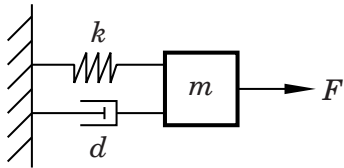
$$\frac{dc_R}{dt} = -\left(\frac{q}{V} + k_1\right)c_R + \frac{q}{V}c_{R0}$$

$$\frac{dc_P}{dt} = k_1 c_R - \frac{q}{V}c_P$$

Simulering av tankreaktorn



Exempel: positionsdynamik för mekaniskt system



- Massa m med position z och hastighet v
- Yttre kraft: F
- Fjäderkraft: $F_k = kz$
- Dämparkraft: $F_d = dv$

Kraftbalans:

$$m \frac{dv}{dt} = F - kz - dv$$

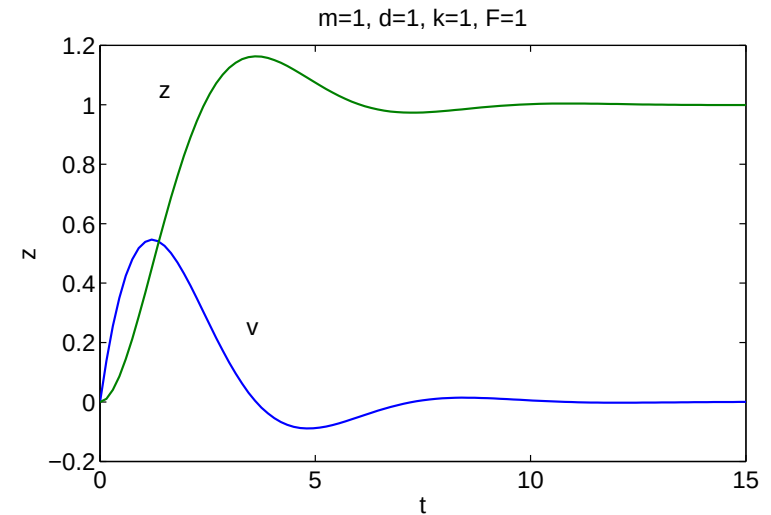
Samband position–hastighet:

$$\frac{dz}{dt} = v$$

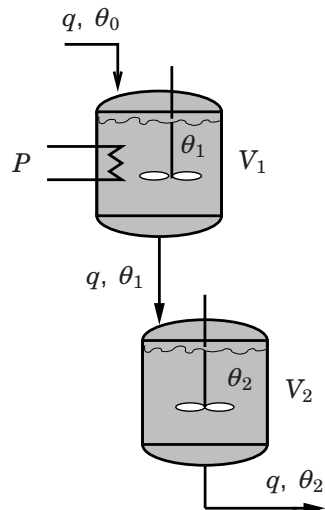
Slutlig modell:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= -\frac{d}{m}v - \frac{k}{m}z + \frac{1}{m}F \\ \frac{dz}{dt} &= v \end{aligned}$$

Simulering av mekaniska systemet



Exempel: temperaturdynamik i seriekopplade tankar



Energibalans:

$$c\rho V_1 \frac{d\theta_1}{dt} = P + c\rho q\theta_0 - c\rho q\theta_1$$

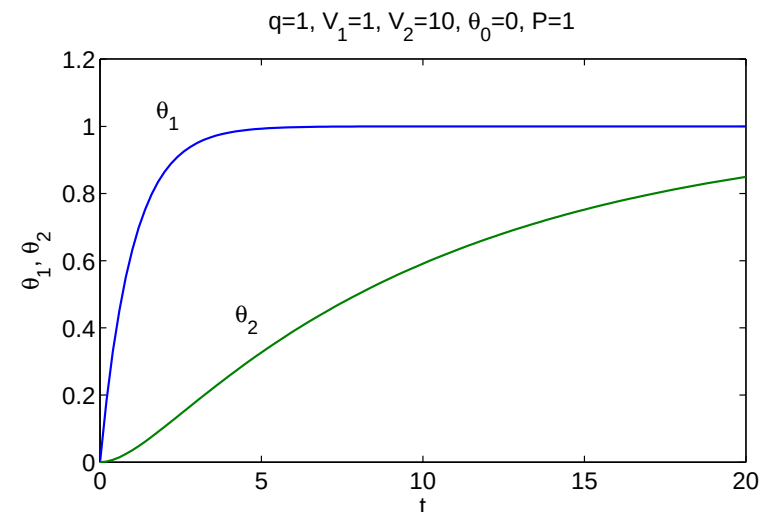
$$c\rho V_2 \frac{d\theta_2}{dt} = c\rho q\theta_1 - c\rho q\theta_2$$

Slutlig modell:

$$\frac{d\theta_1}{dt} = -\frac{q}{V_1}\theta_1 + \frac{q}{V_1}\theta_0 + \frac{1}{c\rho V_1}P$$

$$\frac{d\theta_2}{dt} = \frac{q}{V_2}\theta_1 - \frac{q}{V_2}\theta_2$$

Simulering av tankarna



Nästa föreläsning

- Tillståndsformen
- Stabilitet

Rekommenderad läsning: *Process Control*: 2.6, 3.1–3.4, *Feedback Systems*: 3.6.