LUNDS UNIVERSITET

Institutionen för
REGLERTEKNIK

Reglerteknik AK

Tentamen 9 maj 2016 kl 14–19

Poängberäkning och betygssättning

Lösningar och svar till alla uppgifter skall vara klart motiverade. Tentamen omfattar totalt 25 poäng. Poängberäkningen finns markerad vid varje uppgift.

Betyg 3: lägst 12 poäng
4: lägst 17 poäng
5: lägst 22 poäng

Tillåtna hjälpmedel

Matematiska tabeller (TEFYMA eller motsvarande), formelsamling i reglerteknik samt icke förprogrammerade räknare.

Tentamensresultat

Resultatet meddelas via LADOK och bör vara tillgängligt senast måndagen den 23 maj. Tid för visning meddelas på kursens hemsida.

1. (2 p)

a. Vilken uppgift har I-delen typiskt i en PID-regulator?

b. Beskriv problemet med regulator-windup och hur det kan avhälpas. Använd gärna ett praktiskt exempel.

Solution

a. I-delens uppgift är att eliminera statiska fel, dvs att åstadkomma att utsignalen följer referensvärdet, trots eventuella externa konstanta störningar, dvs att ge $\lim_{t\to\infty} y(t) = r(t)$.

b. Se kompendiet.

2. (3 p)

Avgör vilka av följande system som är asymptotiskt stabila

a.

$$G(s) = \frac{s-1}{(s^2+s+1)(s+1)}$$

b.

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 2 \\ 0 & -3 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 2 & -1 \end{bmatrix} x + 2u$$

c.

$$G(s) = \frac{1}{s^5+9s^4+5s^3-2016s^2+14s+19}$$

Solution

a. Asymptotiskt stabilt. Polerna består av -1 och röttera till ett andra ordningens polynom med positivia koefficienter.

b. Asymptotiskt stabilt. Egenvärdena till A-matrisen ges av de negativa diagonal-elementen ty matrisen är triangulär.

c. Inte stabilt. Ett nödvändigt villkor för stabilitet är att alla koefficienter är positiva.

3. (2 p)

Vilken eller vilka av följande förändringar gör ett öppet system (ingen återkoppling sker alltså) mer oscillativt? Motivera ditt svar.

A Ökad resonanstopp

B Ökad statisk förstärkning

C Ökad bandbredd

D Polerna flyttas radiellt ut från från origo

Solution

Ökad resonanstopp ger mer oscillationer. Resonanstopp vid en viss frekvens innebär att dessa frekvenser förstärks mer än andra vilket ger upphov till oscillationer med denna frekvens. Ökad statisk förstärkning ger enbart större stationär förstärkning av konstanta signaler, medan 3 och 4 ger ett snabbare system, inte mer oscillationer. Rätt svar alltså: 1.

4. (3 p)

Betrakta systemet

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ -3 & 0 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u$$
$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x$$

a. Är systemet observerbart?

b. Konstruera ett Kalman-filter som skattar tillstånden och får rekonstruktionsfelet $x(t) - \hat{x}(t)$ att avta som te^{-t} (dvs polerna ligger i -1).

Solution

a. Observerbarhetsmatrisen ges av

$$\begin{bmatrix} C \\ CA \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$$

vilket har full rang. Systemet är därför observerbart.

b. Vi har

$$\det(sI - A + KC) = \det \begin{bmatrix} s+2+k_1 & -1 \\ 3+k_2 & s \end{bmatrix} = s(s+2+k_1) + 3 + k_2 = (s+1)^2$$

vilket ger $K = [k_1\ k_2]^T = [0\ \ -2]^T$. Kalmanfiltret ges av

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x}).$$

5. (4 p)

Betrakta följande modell av en enkel process

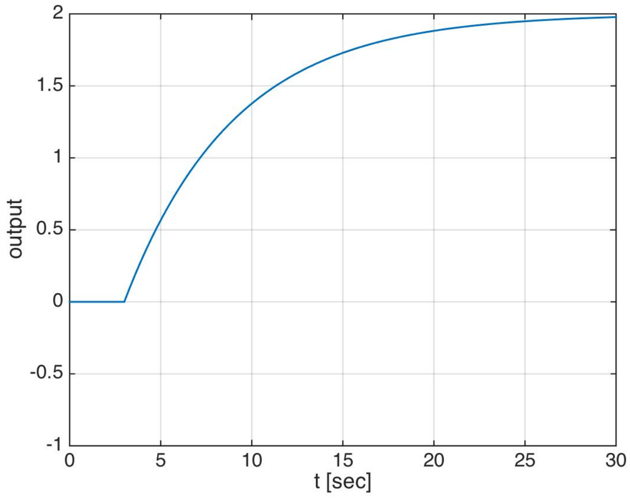
$$G(s) = \frac{Ke^{-sL}}{1+sT}.$$

a. Bestäm parametrarna K, L och T från stegsvarsexperimentet i figur 1.

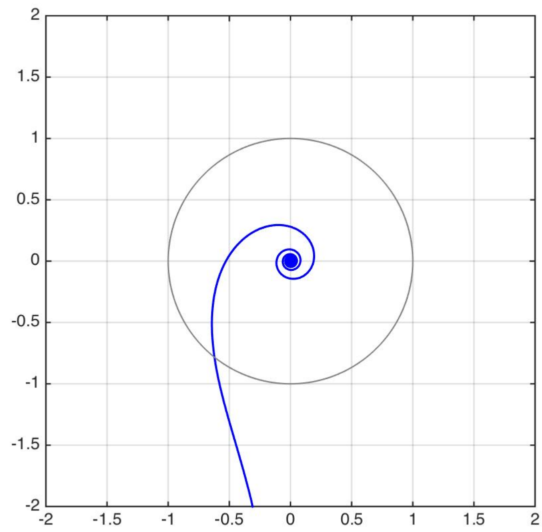
b. Processen återkopplas med PI-regulatorn

$$U = C(s)(R-Y) = K_p(1 + \frac{1}{sT_i})(R-Y).$$

Använd Ziegler-Nichols stegsvarsmetod för att beräkna lämpliga regulatorparametrar K_p och T_i.



Figur 1 Stegsvar för $G(s) = \frac{Ke^{-sL}}{1+sT}$



Figur 2 Nyquistdiagram för $G(s)C(s)$

c. I figur 2 visas Nyquistkurvan för kretsöverföringsfunktionen $G_0(s) = G(s)C(s)$, då regulatorn $C(s)$ från uppgift b används. Vad är amplitudmarginalen och fasmarginalen?

Solution

a. Dödtiden $L = 3$ ses som tidpunkten då utsignalen börjar röra sig. Stationär förstärkning $K = 2$ fås från slutvärdet och tidskonstanten $T = 6$ avläses då processen nått upp till 63 % av slutvärdet.

b. Vi får $a = KL/T = 1$ och $b = L = 3$, vilket ger $K_p = 0.9$ och $T_i = 9$.

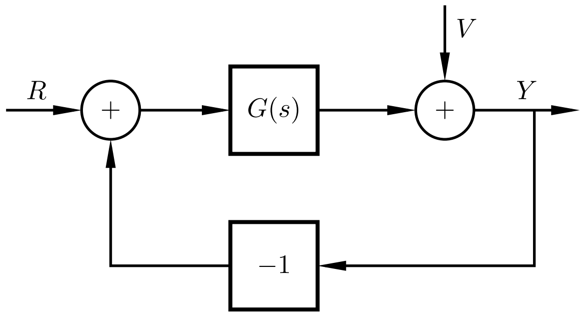
c. $A_m \approx 2$ och $\varphi_m \approx 50°$ fås genom att avläsa skärningarna med negativa reella axeln och enhetscirkeln.

6. (2 p)

Betrakta det återkopplade systemet i figur 3 där

$$G(s) = \frac{2}{s^2 + 2s + 2}$$

och $r(t) = 0$ samt $v(t) = \sin 2t$. Vad blir amplituden för $y(t)$ i stationärt tillstånd?



Figur 3 Det återkopplade systemet i uppgift 6

Solution

Det återkopplade systemet ges av

$$G_c(s) = \frac{1}{1 + G(s)} = \ldots = \frac{s^2 + 2s + 2}{s^2 + 2s + 4}$$

Amplituden av utsignalen ges av

$$|G_c(i2)| = \left| \frac{-4 + 4i + 2}{-4 + 4i + 4} \right| = \frac{|2 + 4i|}{4} = \frac{\sqrt{5}}{2} \approx 1.12$$

7. (3 p)

Ett återkopplat system regleras av en PID-regulator och är designat så att det har

- Amplitudmarginal $A_m = 3$, vid $\omega_o = 200$ Hz
- Fasmarginal $\varphi_m = 30°$, vid $\omega_c = 100$ Hz
- Inget stationärt fel vid konstanta referensvärden

a. Tyvärr uppstår det en oförutsedd extra tidsfördröjning på 2 millisekunder i implementeringen av regulatorn. Kommer slutna systemet att bibehålla sin stabilitet? Var går gränsen för hur lång tidsfördröjning systemet klarar?

b. Vilket av följande förslag kan typiskt förbättra (öka) hur lång tidsfördröjning systemet klarar?

- Att lägga till en extra fasavancerande länk
- Att lägga till en extra fasretarderande länk

- Att minska värdet på T_i i PID-regulatorn

Solution

a. Den kritiska tidsfördröjningen ges av $L_c = \frac{\varphi_m}{\omega_c}$, där φ_m mäts i radianer och ω_c radianer/s. Vi får

$$L_c = \frac{\pi/6}{2\pi \cdot 100} = \frac{1}{1200} \approx 0.83 \text{ millisekunder.}$$

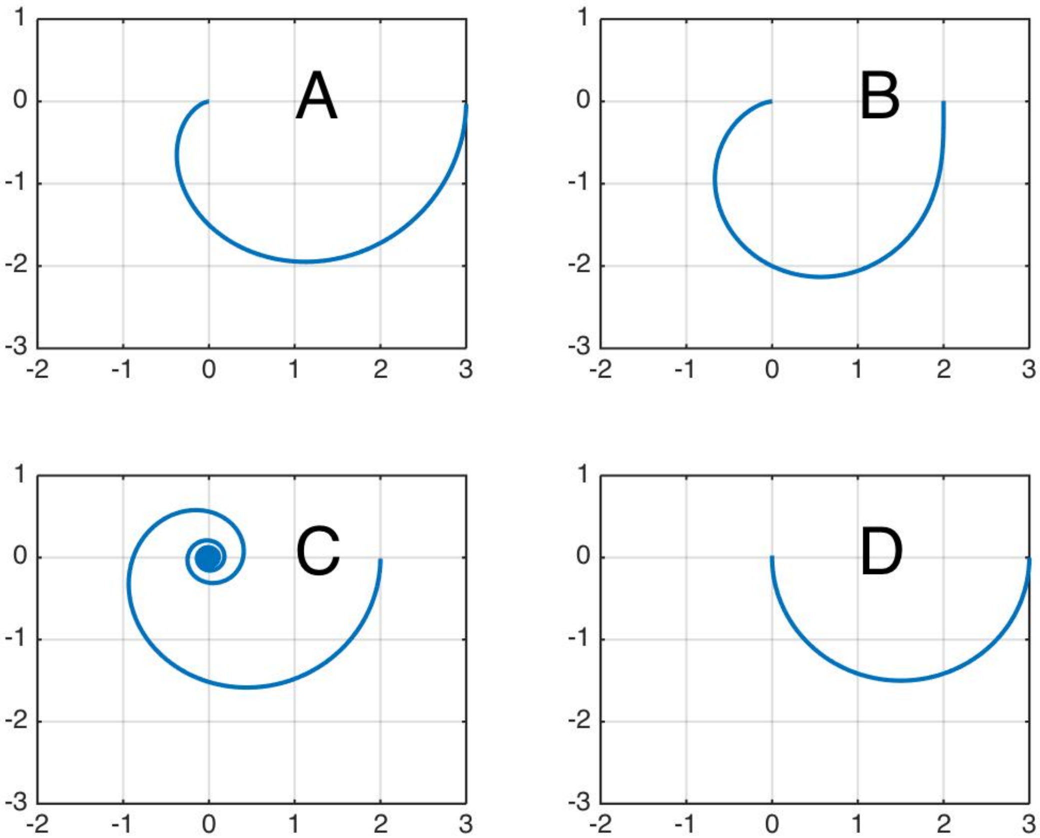
Det slutna systemet klarar alltså inte tidsfördröjningen på 2 millisekunder.

b. Att lägga till en extra fasavancerande länk.

8. (2 p)

Para ihop de fyra Nyquistdiagrammen A-D i figur 4 med överföringsfunktionerna nedan (en blir alltså över). Glöm inte motivera svaret.

$$G_1(s) = \frac{2e^{-s}}{s+1}$$
$$G_2(s) = \frac{2}{s+1}$$
$$G_3(s) = \frac{3}{s+1}$$
$$G_4(s) = \frac{2}{s^2+s+1}$$
$$G_5(s) = \frac{3}{(s+1)^2}$$



Figur 4 Nyquistdiagram för 4 olika system

Solution

Stationär förstärkning är $G_1(0) = G_2(0) = G_4(0) = 2$ och $G_3(0) = G_5(0) = 3$. Den första gruppen hör ihop med B och C, medan den andra hör ihop med

A och D. Då frekvensen går mot oändligheten går fasen för G_1 mot $-\infty$ pga tidsfördröjningen, den är därför kurva C.

Fasen för G_2 och G_3 går mot -90 grader, vilket stämmer med kurva D, men av det vi redan sagt måste då G_3 vara D och G_2 saknas.

Då är bara G_4 kvar i första gruppen, vilket måste vara B, och G_5 kvar i andra gruppen, vilket då är A.

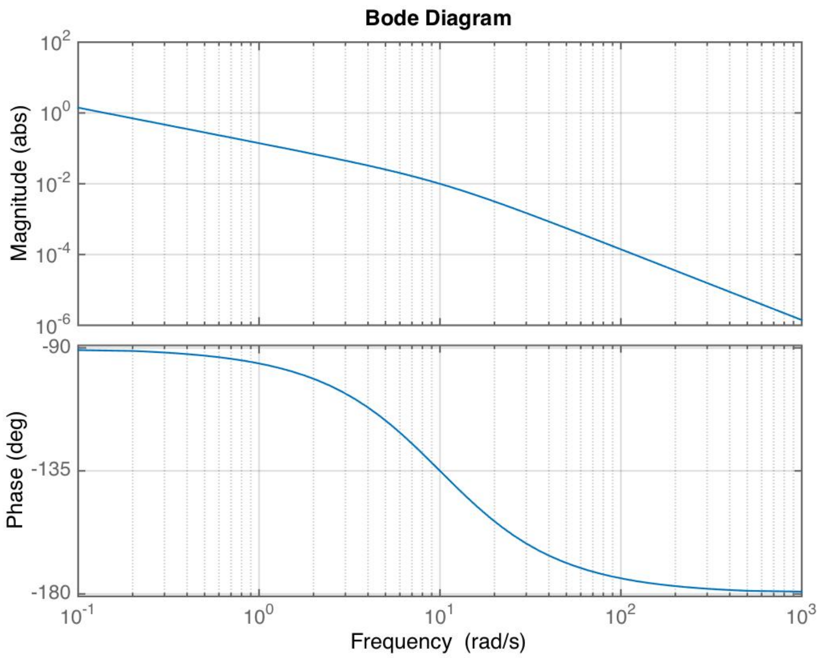
Svar: A-5, B-4, C-1, D-3, och 2 saknas.

9. (4 p)

Bodediagrammet för en motor med överföringsfunktion

$$G(s) = \frac{1.41}{s(s+10)}$$

ges i figur 5.



Figur 5 Bodediagram för en motor

a. Man vill styra motorn med enkel återkoppling med en P-regulator

$$C(s) = K$$

med så stort värde på K som möjligt, dock skall fasmarginalen vara minst 45 grader. Bestäm K. Vad blir skärfrekvensen ω_c då man använder detta K?

b. Bestäm en PI-regulator

$$C(s) = K_2(1 + \frac{1}{sT_i})$$

som ger skärfrekvens $\omega_c = 1$ rad/s och också har 45 graders fasmarginal.

c. Vad är främsta fördelar och nackdelar med PI-regulatorn jämfört med P-regulatorn i föregående deluppgifter?

Solution

a. $K = 100$ ger $\omega_c = 10$ rad/s.

b. Vid $\omega = 1$ rad/s har processen fas

$$\arg G(i) = -\frac{\pi}{2} - \arctan\frac{1}{10}$$

Regulatorns fas är

$$\arg C(i) = -\frac{\pi}{2} + \arctan T_i$$

Eftersom vi vill ha $\arg G(i) + \arg C(i) = -\frac{3}{4}\pi$ får vi

$$\arctan T_i = \frac{\pi}{4} + \arctan\frac{1}{10} \approx 0.885$$

vilket ger $T_i \approx 1.22$ ($T_i = 11/9$ för att vara exakt).

K_2 bestäms nu ur villkoret $1 = |G(i)C(i)|$ vilket ger

$$1 = K_2\sqrt{1 + (\frac{1}{1.22})^2}\frac{1.41}{\sqrt{101}} = K_2 \cdot 1.29 \cdot 0.14 = 0.18K_2$$

vilket ger $K_2 \approx 5.5$.

c. Främsta fördelen med PI-regulatorn är att stationära fel försvinner vid konstanta laststörningar eller referensvärden. Främsta nackdelen är att systemet med PI-regulatorn är 10 ggr långsammare eftersom skärfrekvensen är en faktor 10 lägre.