# Lösningar till tentamen Maj 2011

**1.** Poler $s = -1$ och $s = -4$. Statisk förstärkning (systemet är stabilt) fås av $G(0) = 2 + 1/4 = 9/4$. Nollställen fås från

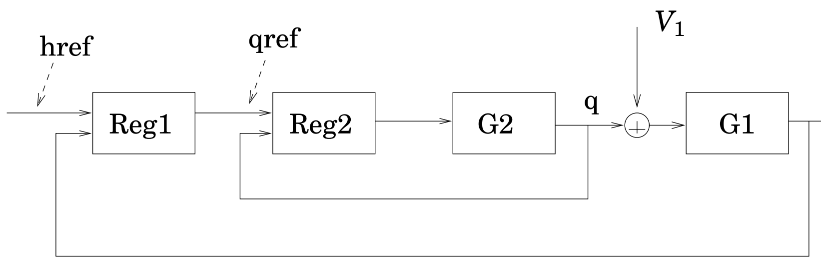
$$G(s) = \frac{2(s+4) + s + 1}{(s+1)(s+4)} = \frac{3s+9}{(s+1)(s+4)}$$

och ges alltså av $s = -9/3 = -3$.

**2.** Windup uppstår då begränsningar i utsignalen gör att styrsignalen mättar och reglerfelet inte kan regleras ner till noll. Integratorn (I-delen) i regulatorn växer då till stora värden, vilket iofs inte är något omedelbart problem, så länge man man vill att styrsignalen skall vara mättad. Problemet uppstår senare när situationen förändras och reglerfelet byter tecken, och man inte längre vill att styrsignalen skall mätta.

Ett exempel är en farthållare för en lastbil som i en uppförsbacke kanske inte klarar att hålla uppe hastigheten till det anvisade börvärdet trots att motorn går på fullt. Windup kan då leda till att farthållaren håller för hög fart ett långt tag efter att man nått uppför backen, "för att ta igen allt som den ligger efter". En lösning är att införa antiwindup av I-delen, en enkel variant är att man helt enkelt stänger av uppdateringen av I-delen då styrsignalen mättar.

**3.** Se figur, regulatorstrukturen är en kaskadreglering.




**4.**

**a.** De två jämviktspunkterna ges av $x_1 = \pm 2, x_2 = 0$.

**b.** Linjärisering av $x_1^2$ kring $x_1^0 = \pm 2$ ger $4 \pm 4\Delta x_1$. Linjärisering blir därför

$$\begin{aligned} \Delta\dot{x}_1 &= \Delta x_2 \\ \Delta\dot{x}_2 &= \pm\Delta x_1 - \Delta x_2. \end{aligned}$$

Insignal och utsignal saknas, så $B$ och $C$ matriser finns inte.

**c.** Det linjäriserade systemens $A$-matris ges av

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ \pm 1 & -1 \end{pmatrix}$$

Karakteristisk ekvation blir $s(s+1) \mp 1$, vilket betyder att systemet kring $x = (2,0)$ är instabilt och det kring $x = (-2,0)$ är stabilt.

**5.** Svar: C,B,C,E

Vi har $G_1(s) = k\frac{s-1}{s(s+2)}$, där $k$ ju inte framgår från singularitetsdiagrammet. Amplituddiagrammet startar med lutning -1, bryter upp vid $\omega = 1$ och ner igen till lutning -1 vid $\omega = 2$. Detta motsvarar diagram C. Eftersom $G_3(s) = k\frac{s+1}{s(s+2)} = \frac{s+1}{s-1}G_1(s)$ har samma amplituddiagram svarar även $G_3$ mot diagram C.

Systemet $G_2$ är ett andra ordningens system med $\omega_0 = \sqrt{5}$ och $\zeta_0 = 1/\sqrt{5} \approx 0.45$, vilket stämmer med diagram B.

System $G_4$ är ett första ordningen system med pol i $s = -1$. Sådan amplitudkurva saknas, varför svaret är E.

**6.** Bestäm först $\omega_c$ så att $\arg G(i\omega_c) = -\pi$, vilket ger $\omega_c = 1$. För denna frekvens fås $|G(i)| = 1/2$, vi vill ha $K|G(i)| = 1/A_m = 1/2$, vilket ger $K = 1$.

**7.**

**a.** SANT: Eftersom fasen för systemet är -180 grader behövs fasavancering, vilket en PD-regulator kan ge, men inte en PI-regulator.

**b.** SANT: Systemen $G(s) = 1$ och $G(s) = e^{-s}$ har samma amplitudkurvor men olika faskurvor.

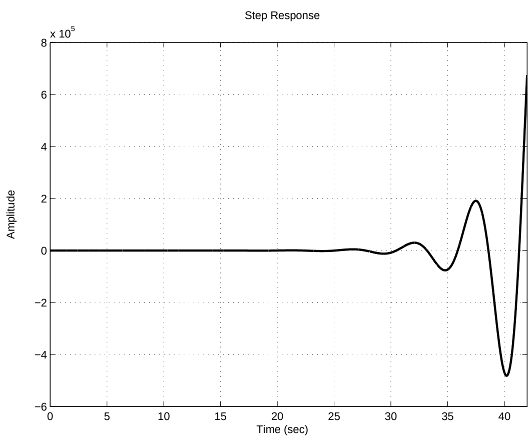
**c.** SANT: Systemen $G(s) = 1$ och $G(s) = 2$ har samma faskurvor, men olika amplitudkurvor.

**d.** FALSKT: $1/M_s$ är ett mått på robusthet, och bör vara stor, dvs $M_s$ bör vara liten, tex används ofta designregeln $M_s < 2$.

**8.** I förra uppgiften konstaterade vi att en PI-regulator inte kan stabilisera systemet $1/s^2$. Mycket riktigt är det slutna systemet från $v$ till $e$

$$e = -y = \frac{-s}{s^3 + s + 1}v$$

Eftersom detta system är instabilt (ty alla koefficienter i polynomet $s^3+s+1$ är inte strikt positiva) så konvergerar inte felet. Stationärt fel existerar alltså inte. Figuren visar felet $e$ då $v$ är ett steg. Kontrollera alltid stabilitet när slutvärdesteoremet används!



**9.** Laplacetransformera differentialekvationen för att få överföringsfunktionen

$$s^2Y(s) + 3sY(s) + 2Y(s) = 10sU(s) + 16U(s)$$
$$\Longrightarrow G(s) = \tfrac{10s+16}{s^2+3s+2}$$

Uträkning av överföringsfunktionerna för de två tillståndsrepresentationerna ger

$$\begin{aligned} G_{Trula}(s) &= C(sI-A)^{-1}B = \frac{2\cdot 2}{s+2} + \frac{6\cdot 1}{s+1} \\ G_{Truls}(s) &= C(sI-A)^{-1}B = \frac{2\cdot 3}{s+1} + \frac{1\cdot 4}{s+2} \end{aligned}$$

vilket båda är lika med $G(s)$. En överföringsfunktion kan ha flera tillståndsrepresentationer. Både Trula och Truls har räknat rätt.

**10.**

**a.** Det återkopplade systemets A-matris ges av

$$A - BL = \begin{pmatrix} -1 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} l_1 & l_2 \end{pmatrix}$$

med karakteristiskt polynom $p(s) = \det(sI - A + BL) = s(s+1+l_1) - 6 + l_2$ som skall vara lika med $(s+2+4i)(s+2-4i) = s^2 + 4s + 8$. Identifiering av koefficienter ger $(l_1, l_2) = (3, 14)$

**b.** Vi får

$$\begin{aligned} \dot{\tilde{x}}_1(t) &= \dot{x}_1(t) - \dot{\hat{x}}_1(t) \\ &= -x_1 + 6x_2 + u - \dot{z} - d\dot{y} \\ &= -x_1 + 6x_2 + u - az - b_1u - b_2x_2 - dx_1 \end{aligned}$$

vilket skall vara lika med $-5\tilde{x}_1(t) = -5x_1 + 5(z + dx_2)$. Identifiering av koefficienter ger

$$\begin{aligned} -1 - d &= -5 \\ 6 - b_2 &= 5d \\ -a &= 5 \\ 1 - b_1 &= 0 \end{aligned}$$

vilket ger lösningen $(a, b_1, b_2, d) = (-5, 1, -14, 4)$.

**11.** Vi får $G_{yv}(s) = 1 - \dfrac{1}{s+1}\dfrac{1+s}{1+sT} = \dfrac{sT}{1+sT}$. Amplitudkurvan för denna är växande. Vid $\omega = 0.1$ fås amplituden

$$|G_{yv}(i\omega)| = \frac{0.1T}{(1 + 0.01T^2)^{1/2}} \approx 0.1T$$

om $0.01T^2 << 1$. Med $T = 0.1$ fås alltså undertryckning med (lite drygt) en faktor 100.