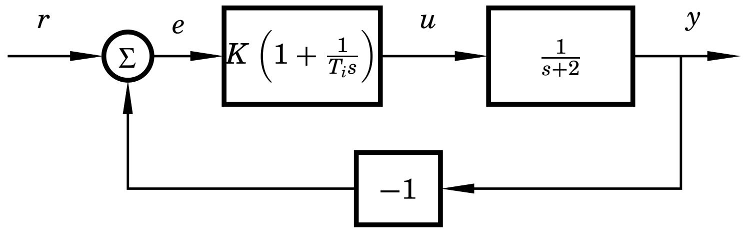
1.

a. Se Fig. 1.



Figur 1 Blockschema för reglersystemet i uppg. 1.

b. Laplacetransformering av differentialekvationen för motorn ger

$$G_P(s) = \frac{1}{s+2}$$

Överföringsfunktionen från referensvärde $R(s)$ till mätsignal $Y(s)$, det vill säga det slutna systemet, ges av

$$G_{cl}(s) = \frac{G_P(s)G_R(s)}{1+G_P(s)G_R(s)} = \frac{Ks+\frac{K}{T_i}}{s^2+(2+K)s+\frac{K}{T_i}}$$

där överföringsfunktionen för en PI-regulator med parametrar K och T_i har utnyttjats. Då specifikationen är att placera polerna i $s=-2$ och $s=-3$ blir det önskade karakteristiska polynomet $(s+2)(s+3) = s^2+5s+6$. Identifiering av koefficienter ger således ekvationerna

$$2+K=5, \qquad \frac{K}{T_i}=6$$

varför regulatorparametrarna blir

$$K=3 \qquad T_i=\frac{1}{2}$$

2. Viktning av referensvärdet, filtrering av derivata-delen, antiwindup av I-delen. Byta serieformen till parallelform, pga generellare. Se kapitel 12 i kursboken.

3. Tillståndsformen blir

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= -x_1(t)^2 - x_2(t)^4 + u(t)\\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)\end{aligned}$$

Då $u(t)=u_0=0$ fås jämviktspunkten $x_1=x_2=0$. Linjärisering kring denna punkt ger

$$\begin{aligned}\dot{x}_1(t) &= u(t)\\ \dot{x}_2(t) &= x_1(t)\\ y(t) &= x_2\end{aligned}$$

4.

a. Polerna till systemet ges av egenvärdena till systemmatrisen A. Då denna i detta fall är triangulär fås egenvärdena direkt som diagonalelementen. Alltså är egenvärdena $s_{p_1} = -1$ och $s_{p_2} = -2$. Då Re $s_{p_i} < 0, \ \forall i$ följer att systemet är asymptotiskt stabilt.

b. För styrbarhet fordras att styrbarhetsmatrisen W_s har rang 2. För SISO-system är styrbarhetsmatrisen kvadratisk, varför villkoret om full rang är ekvivalent med att determinanten för matrisen inte är noll. I det aktuella fallet fås

$$\det(W_s) = \det\left(\begin{bmatrix} B & AB \end{bmatrix}\right) = \det\left(\begin{bmatrix} b_1 & -b_1 \\ b_2 & 3b_1 - 2b_2 \end{bmatrix}\right) = b_1(3b_1 - b_2)$$

Således blir villkoret för styrbarhet att

$$b_1 \neq 0, \qquad b_2 \neq 3b_1$$

5.

a. Överföringsfunktionen är

$$G(s) = \frac{s^2 + 0.02s + 2}{2s^2 + 0.02s + 2} = \frac{1}{2}\frac{s^2 + 0.02s + 2}{s^2 + 0.01s + 1}$$

Nollställen ges av $s^2 + 0.02s + 2 = 0$, dvs $s \approx -0.01 \pm 1.4i$. Polerna ges av $s^2 + 0.01s + 1 = 0$, dvs $s \approx -0.005 \pm 1.0i$.

b. Rotorten skall starta i polerna och sluta i nollställena. Detta stämmer med figur B.

6.

a. Förenklade Nyquist-kriteriet säger: *Om kretsöverföringsfunktionen G_0 är stabil kommer slutna systemet man får när man återkopplar med -1 bli stabilt om Nyquistkurvan för G_0 ej omsluter -1.*

I uppgiften är $G_0 = KG$ där G ges av figuren. Kretsöverföringens Nyquist-kurva, dvs för KG, kommer se likadan ut, fast skalad med faktorn K. Eftersom Nyquistkurvan för $G_0 = KG$ skär negativa reella axeln i punkten $-0.5K$ måste vi för stabilitet ha $-1 < -0.5K$ vilket ger $K < 2$.

b. Nyquist-kurvan skär negativa reella axeln i punkten -0.5. Det betyder att $K = 1$ ger rätt amplitudmarginal.

c. Drar vi en rät linje mellan origo och punkten (-2,-2) kan vi bestämma punkter som ger 45 graders fasmarginal. Man kan avläsa i figuren att linjern skär Nyquistkurvan G på ungefär avstånd 2 från origo. Det betyder att vi skall använda $K \approx 0.5$ för att $G_0 = KG$ skall få rätt fasmarginal. (Exakta värdet är $K = 6\sqrt{2} - 8 \approx 0.485$)

7. Vi har $\text{abs}(G_p(i3)) = 0.1$ och $\arg G_p(i3) = -2\arctan(3)$. För att få fasmarginal 66 grader behöver vi fasavancering $66\pi/180 - \pi + 2\arctan(3) = 0.51$ rad $= 29$ grader. Diagram i formelsamlingen ger att vi behöver $N = 2.9$.

Vi kan nu lösa ut b ur ekvationen $b\sqrt{N} = \omega_c = 3$ vilket ger $b = 3/\sqrt{2.9} = 1.76$. Förstärkningen K_k fås ur ekvationen $|G_r G_p| = K_k\sqrt{N}0.1 = 1$, vilket ger $K_k = 10/\sqrt{(2.9)} = 5.9$. Slutligen använder vi tumregeln och sätter $a = 0.1\omega_c = 0.3$.

8. I Bodediagrammet kan brytfrekvenser avläsas vid $\omega = 0.1$ rad/s samt vid $\omega = 10$ rad/s, där den första motsvarar ett nollställe och den andra motsvarar en dubbelpol. Vidare observeras att lågfrekvensasymptoten har lutningen -1, vilket indikerar en integrator $\frac{1}{s}$ i processen. Således kan processens överföringsfunktion $G(s)$ skrivas

$$G(s) = K\frac{10s+1}{s(0.1s+1)^2}$$

För att bestämma förstärkningen K utnyttjas lågfrekvensasymptoten $K\frac{1}{s}$. Avläsning i Bodediagrammet ger att $|G(i\omega)| = 100$ då $\omega = 0.01$ rad. Detta ger sambandet

$$K\frac{1}{0.01} = 100 \quad \Longleftrightarrow \quad K = 1$$

Sammanfattningsvis ges systemet av överföringsfunktionen

$$G(s) = \frac{10s+1}{s(0.1s+1)^2}$$

9.

a. Bortser vi från d och e har vi $\dot{x} = Ax + Bu$; $y = Cx$ med

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Kalman filtret ges av $\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + Bu + K(y - C\hat{x})$ där K skall väljas så att $\det(sI - A + KC) = (s+2)^2$. Detta ger

$$\det\begin{pmatrix} s & k_1 \\ -1 & s+k_2 \end{pmatrix} = s(s+k_2) + k_1$$

vilket ger $k_1 = k_2 = 4$.

b. Metod 1 ger $\dot{x}_1 - \dot{\hat{x}}_1 = u + d - u = d = 1$. Integrering ger att felet är en ramp med lutning 1, dvs kurva C.

Metod 2 ger $x_1 - \widehat{x}_1 = \dot{x}_2 - \frac{dy}{dt} = -\frac{de}{dt} = -2\pi\cos t$, vilket ger kurva A.

Alltså måste Kalmanfiltret svara mot kurva B, som alltså ger betydligt bättre resultat än de två andra metoderna.